

ЦИФРОВАЯ БРАБОТКА СИГНАЛОВ

2/2010

НАУЧНО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ЦОС в системах телекоммуникаций и радиолокации

- ДИСКРЕТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
- СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
- БАНКИ ФИЛЬТРОВ
- ЦИФРОВАЯ ЗВУКОЗАПИСЬ
- РАДИОВИДЕНИЕ
- «ПЕРВЫЕ ШАГИ В НАУКЕ»

ISSN 1684-2634



9 771684 263005 >

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал
№ 2/2010

Издается с 1999 года
Выходит четыре раза в год

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
Ю.Б. ЗУБАРЕВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:
В.В. ВИТЯЗЕВ, В.П. ДВОРКОВИЧ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Б.А. Бабаян, Ю.И. Борисов,
С.А. Грибачев, Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев,
А.П. Кирпичников, М.И. Кривошеев,
Н.А. Кузнецов, М.С. Куприянов, А.А. Ланнэ,
В.Г. Мистюков, С.Л. Мищенко,
А.А.Петровский, Ю.Н. Прохоров,
А.Н. Соловьев, Ю.Г. Сосулин,
В.В. Шахильдян, Ю.С. Шинаков

Адрес редакции:

107031 Москва, Рождественка, 6/9/20, стр. 1
Тел.: (495) 621-06-10, (495) 621-16-39
Факс: (495) 621-16-39
E-mail: nto.popov@mtu-net.ru
tor@rgta.ryazan.ru
http://www.dspsa.ru

Издатель:

Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
Ответственный редактор М.И. Мусьянков
Компьютерная верстка: В.В. Андреехина
Дизайн: Н.С. Осипова

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 23.06.2010
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать ризографическая.
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 2811. Отпечатано в
ООО НПЦ «Информационные технологии»
Рязань, ул. Островского, д. 21/1
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве
Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488
от 14.01.2000

УЧРЕДИТЕЛИ:

ЗАО «Инструментальные системы»
ФГУП «НИИ радио»

В НОМЕРЕ:

Солонина А.И.

Описание связей между последовательностями дельта-импульсов и числовыми последовательностями на основе симметричных рядов Фурье 2

Пономарева О.В.

Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе параметрических экспоненциальных функций 7

Родионов М.М., Петровский А.А.

Двухканальный банк фильтров на основе лестничных структур и арифметики с фиксированной запятой переменного формата 12

Кравчук А.С., Кравчук А.И., Рымуза З.

Вычисление достоверных коэффициентов Фурье цифрового сигнала 19

Глинченко А.С., Тронин О.А.

Исследование спектрально-вещного измерения частоты сигналов 22

Чуфаров И.Г.

Цифровая обработка сигма-дельта модулированных сигналов звукового диапазона частот 29

Кравченко А.Н.

Снижение сложности декодирования низкоплотностного кода 35

Андреев Н.А.,

Способы построения структуры адаптивного цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора 42

Андреев Н.А., Витязев В.В.

Оптимальное проектирование на сигнальных процессорах многоступенчатой структуры цифрового приемника узкополосного траекторного сигнала 47

Линник М.А., Бурдинский И.Н., Миронов А.С.

Гидроакустическая система связи для осуществления телекоммуникационного взаимодействия между подводными роботами 53

Чемерис Д.С., Бурдинский И.Н.

Определение относительного положения на основе обработки видеозображений 57

Немыкин А.А., Строганова Е.П.

Погрешность фазовых измерений на поднесущей 60
12 международная научно-техническая конференция и выставка "ЦОС и ее применение - DSPA 2010" 62
"ЦОС в университетах" 64

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

ОПИСАНИЕ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ ДЕЛЬТА-ИМПУЛЬСОВ И ЧИСЛОВЫМИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ НА ОСНОВЕ СИММЕТРИЧНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ

Солонина А. И., к.т.н, доц., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, e-mail: as-io@yandex.ru.

Ключевые слова: последовательность, δ -импульс, преобразование Фурье, ряд Фурье, ДПФ, симметрия, взаимосвязь.

Введение

В теории ЦОС традиционно используют последовательности δ -импульсов, которые, согласно определению δ -импульса (δ -функции), математически описываются функциями непрерывного времени (или частоты), что позволяет применять к ним классические преобразования Лапласа, Гильберта и Фурье для непрерывных функций и на их основе получать соответствующие преобразования для числовых последовательностей (в дальнейшем просто последовательностей).

При этом обычно остается за скобками вопрос, связанный с однозначностью того или иного преобразования. В статье речь пойдет о преобразовании Фурье. Приведем три типовых примера.

В [1, 3] преобразование Фурье последовательности получают на основе преобразования Фурье взвешенной последовательности δ -импульсов. В этом случае, однако, игнорируется принцип однозначности преобразования Фурье: получается, что оно соответствует двум оригиналам — последовательности δ -импульсов и последовательности, причем с последней связано взаимно однозначно. Не очевидно, почему не удастся получить обратное преобразование Фурье в виде последовательности δ -импульсов.

В [3] формулу ДПФ определяют как коэффициенты Фурье взвешенных периодических последовательностей δ -импульсов. Возникает вопрос к однозначности ДПФ: оно связано взаимно однозначно с периодической последовательностью, в то время как полученные коэффициенты Фурье — с периодической последовательностью δ -импульсов (непрерывной периодической функцией времени).

В [2] утверждается, что обратное преобразование Фурье на интервале от 0 до 2π периодической последовательности δ -импульсов в частотной области (непрерывной периодической функции частоты) соответствует периодической последовательности $x(n)$ (ОДПФ):

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{N} X(k) \delta\left(\omega - k \frac{2\pi}{N}\right) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = x(n).$$

Формально это так. Но вновь вопрос к однозначности ДПФ: периодическая последовательность $x(n)$ связана взаимно однозначно с отсчетами ДПФ $X(k)$, а какому оригиналу соответствует периодическая последова-

Устанавливаются взаимно однозначные связи между описанием взвешенных последовательностей δ -импульсов и числовых последовательностей во временной и частотной областях с привлечением симметричных рядов Фурье и на их основе выводятся основные соотношения теории ЦОС, связанные с преобразованием время-частота, включая ДПФ.

тельность δ -импульсов?

Подобные примеры можно продолжать, а приводимый список литературы существенно расширить.

Постановка задачи и используемый математический аппарат

Для того чтобы разобраться в этом вопросе, поставим задачу: установить ясные, логически обоснованные связи между описаниям последовательностей δ -импульсов и последовательностей во временной и частотной областях.

Для решения этой задачи можно обратиться к теории обобщенных функций, где исследуются функции, для которых не существует преобразования Фурье в обычном смысле.

В статье предлагается другой, как представляется, более простой и понятный подход, основанный на применении классического математического аппарата теории цепей:

- преобразования Фурье:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt; \quad (1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

- ряда Фурье:

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\Delta\omega) e^{jk\Delta\omega t};$$

$$X(k\Delta\omega) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} x_p(t) e^{-jk\Delta\omega t} dt.$$

Будем использовать одновременно пару симметричных рядов Фурье для периодической функции времени и периодической функции частоты, приведенную в табл. 1. Под «симметрией» рядов Фурье понимают взаимозаменяемость независимых переменных время-частота (с инверсией знака) и соответствующих им функций, что обеспечивается при равенстве $T_s \Delta\omega = \omega_s \Delta t = 2\pi$.

Таблица 1

Ряд Фурье периодической функции времени Период функции T_s Период дискретизации по частоте $\Delta\omega = 2\pi/T_s$	Ряд Фурье периодической функции частоты Период функции ω_s Период дискретизации по времени $\Delta t = 2\pi/\omega_s$
$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\Delta\omega) e^{jk\Delta\omega t}$	$X(e^{j\omega\Delta t}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) e^{-jn\Delta t\omega}$
Коэффициенты Фурье	Коэффициенты Фурье
$X(k\Delta\omega) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} x_p(t) e^{-jk\Delta\omega t} dt$	$x(n\Delta t) = \frac{1}{\omega_s} \int_0^{\omega_s} X(e^{j\omega\Delta t}) e^{jn\Delta t\omega} d\omega$

Таблица 2

Ряд Фурье периодической функции времени Период функции $T_s = NT$ Период дискретизации по частоте $\Delta\omega = 2\pi/T_s$	Ряд Фурье периодической функции частоты Период функции $\omega_s = 2\pi/T$ Период дискретизации по времени $\Delta t = T$
$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(k \frac{2\pi}{T_s}\right) e^{jk \frac{2\pi}{T_s} t} \quad (3)$	$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega n T} \quad (5)$
Коэффициенты Фурье	Коэффициенты Фурье
$X\left(k \frac{2\pi}{T_s}\right) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} x_p(t) e^{-jk \frac{2\pi}{T_s} t} dt \quad (4)$	$x(nT) = \frac{T}{2\pi} \int_0^{2\pi/T} X(e^{j\omega T}) e^{j\omega n T} d\omega \quad (6)$

В табл. 2 представлена пара симметричных рядов Фурье с интересующими нас конкретными значениями периодов функций и периодов дискретизации при соблюдении равенства $T_s \Delta\omega = \omega_s \Delta t = 2\pi$.

Периодические последовательности δ -импульсов

Сначала рассмотрим взвешенные периодические последовательности δ -импульсов.

Будем одновременно исследовать пару периодических последовательностей δ -импульсов с весовыми функциями, соответствующими периодическим функциям симметричных рядов Фурье, а именно:

- периодическую последовательность δ -импульсов с весовой функцией $x_p(t)$ (3) (см. (9) в табл. 3):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT) \delta(t - nT); \quad (7)$$

- периодическую последовательность δ -импульсов с

весовой функцией $X(e^{j\omega T})$ (5) (см. (13) в табл. 3):

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(e^{j\omega T}) \delta\left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(e^{j \frac{2\pi}{N} k}\right) \delta\left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s}\right). \quad (8)$$

Синхронно применим к ним один и тот же математический аппарат: преобразование Фурье и представление в виде симметричных рядов Фурье, и для наглядности результаты будем сводить в единую таблицу (см. табл. 3).

Применим преобразование Фурье (1)–(2):

- прямое (1) — к последовательности δ -импульсов (7) (результат (10) см. в табл. 3);

- обратное (2) — к последовательности δ -импульсов (8) (результат (14) см. в табл. 3).

В обоих случаях результатом преобразования Фурье (10) и (14) оказались абсолютно расходящиеся ряды, вследствие периодичности своих коэффициентов.

Таблица 3

Временная область		Частотная область	
1	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT) \delta(t - nT) \quad (9)$	Прямое преобразование Фурье	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT) e^{-j\omega n T} \quad (10)$
2	Ряд Фурье $\sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(k \frac{2\pi}{T_s}\right) e^{jk \frac{2\pi}{T_s} t} \quad (11)$	Коэффициенты Фурье	$X\left(k \frac{2\pi}{T_s}\right) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=0}^{N-1} x_p(nT) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = \frac{1}{T_s} X\left(e^{j \frac{2\pi}{N} k}\right) \quad (12)$

Частотная область		Временная область	
3	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X \left(e^{j\frac{2\pi}{N}k} \right) \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) \quad (13)$	Обратное преобразование Фурье	$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X \left(e^{j\frac{2\pi}{N}k} \right) e^{jk\frac{2\pi}{T_s}t} \quad (14)$
4	Ряд Фурье $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT} \quad (15)$	Коэффициенты Фурье	$x(nT) = \frac{T}{2\pi} \sum_{k=0}^{N-1} X \left(e^{j\frac{2\pi}{N}k} \right) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{T_s}{2\pi} x_p(nT) \quad (16)$

При этом ряд (10) в области абсолютной сходимости представляет собой усеченный ряд Фурье (5):

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-j\omega nT}, \quad (17)$$

известный как преобразование Фурье конечной последовательности (одного периода периодической последовательности: $x(nT) = x_p(nT)$, $0 \leq n \leq (N-1)$), а его коэффициенты Фурье (10) — как обратное преобразование Фурье:

$$x(nT) = \frac{T}{2\pi} \int_0^{2\pi/T} X(e^{j\omega T}) e^{j\omega nT} d\omega. \quad (18)$$

Абсолютно расходящемуся ряду (10), согласно свойству преобразования Фурье (умножение на экспоненту), во временной области соответствует бесконечная сумма периодических последовательностей:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT)e^{-j\omega nT} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega mNT} \left[\sum_{n=0}^{N-1} x_p(nT)e^{-j\omega nT} \right] = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(e^{j\omega T}) e^{-j\omega mNT} \rightarrow \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_p(nT + mNT) \end{aligned}$$

Это значит, что каждой точке nT соответствует бесконечная сумма одинаковых значений:

$$\dots + x_p(nT) + x_p(nT + NT) + x_p(nT + 2NT) + \dots,$$

которая может трактоваться как δ -импульс $x_p(nT)\delta(t - nT)$, а бесконечная сумма (10) — как последовательность δ -импульсов (9).

Представим периодические последовательности δ -импульсов в виде симметричных рядов Фурье (3) и (5), а именно:

- последовательность δ -импульсов (7) — в виде ряда Фурье (3) непрерывной периодической функции време-

ни (см. ряд (11) в табл. 3);

- последовательность δ -импульсов (8) — в виде ряда Фурье (5) непрерывной периодической функции частоты (см. ряд (15) в табл. 3);

Определим коэффициенты симметричных рядов Фурье (3) и (5):

- ряда (3) (см. (12) в табл. 3):

$$X \left(k \frac{2\pi}{T_s} \right) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT) \delta(t - nT) e^{-jk\frac{2\pi}{T_s}t} dt = \frac{1}{T_s} \sum_{n=0}^{N-1} x_p(nT) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk},$$

т. к., согласно определению δ -функции:

$$\int_0^{NT} \delta(t - nT) dt = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq (N-1); \\ 0, & \text{иначе}; \end{cases}$$

- ряда (5) (см. (16) в табл. 3):

$$\begin{aligned} x(nT) &= \frac{T}{2\pi} \int_0^{2\pi/T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X \left(e^{j\frac{2\pi}{N}k} \right) \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) e^{j\omega nT} d\omega = \\ &= \frac{T}{2\pi} \sum_{k=0}^{N-1} X \left(e^{j\frac{2\pi}{N}k} \right) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \end{aligned}$$

т. к., согласно определению δ -функции:

$$\int_0^{2\pi/T} \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) d\omega = \begin{cases} 1, & 0 \leq k \leq (N-1); \\ 0, & \text{иначе}. \end{cases}$$

Вследствие периодичности экспоненты и по n , и по k , коэффициенты Фурье (12), (16) оказались периодическими, а потому ряды (11) и (15) — абсолютно расходящимися.

В частном случае, если последовательности δ -импульсов невзвешенные, вычислив коэффициенты Фурье, легко получить пары симметричных абсолютно расходящихся рядов, которые в литературе, тем не менее, называют рядами Фурье последовательностей δ -импульсов (табл. 4).

Таблица 4

Ряд Фурье периодической функции времени $T_s = T; \quad \Delta\omega = 2\pi/T$	Ряд Фурье периодической функции частоты $\omega_s = 2\pi/T; \quad \Delta t = T$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\frac{2\pi}{T}t} \quad (19)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T} \right) = \frac{T}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega nT}$
Ряд Фурье периодической функции времени $T_s = NT; \quad \Delta\omega = 2\pi/T_s$	Ряд Фурье периодической функции частоты $\omega_s = 2\pi/T_s; \quad \Delta t = T_s$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\frac{2\pi}{T_s}t}$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) = \frac{T_s}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega nT_s} \quad (20)$

Проанализируем полученные результаты (см. табл. 3) на предмет установления искомым взаимосвязей между последовательностями δ -импульсов и последовательностями.

Сравнивая преобразование Фурье (10) с коэффициентами Фурье (12), видим их связь:

$$X\left(k\frac{2\pi}{T_s}\right) = X\left(e^{j\omega T}\right)\Bigg|_{\omega=k\frac{2\pi}{NT}} = X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right), \quad (21)$$

В области абсолютной сходимости ряд (11), с учетом (21), представляет собой усеченный ряд Фурье (3) периодической функции времени с финитным спектром (одним периодом коэффициентов Фурье (12)):

$$x_p(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^{N-1} X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) e^{jk\frac{2\pi}{T_s}t}.$$

Коэффициенты Фурье (12) связаны взаимно однозначно (с точностью до множителя $T_s/2\pi$) с коэффициентами ряда (14), а значит, между последовательностями δ -импульсов (9) и (13) существует однозначная взаимосвязь:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(nT)\delta(t-nT) \leftrightarrow \frac{2\pi}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \delta\left(\omega - k\frac{2\pi}{T_s}\right). \quad (22)$$

Отсюда следует, что и коэффициенты ряда (10) должны совпадать с коэффициентами Фурье ряда (15) с точностью до множителя $T_s/2\pi$, что отображается равенством в (16).

Пара коэффициентов Фурье (12) и (16) (с учетом множителя $T_s/2\pi$), записанная в шкале дискретного нормированного времени n , представляет собой не что иное как ДПФ, связывающее взаимно однозначно периодические последовательности во временной и частотной областях:

$$\begin{cases} X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}; \\ x_p(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \end{cases}$$

причем постоянный множитель $1/N$ автоматически располагается в ОДПФ, что согласуется с непрерывным случаем (1)–(2):

Использование ряда (19) для последовательности δ -импульсов (7) и свойства преобразования Фурье (умножение на экспоненту) позволяет установить соответствие (во избежание путаницы индекс суммы n принято заменять на m):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(t)\delta(t-nT) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(t) e^{jk\frac{2\pi}{T}t} \rightarrow \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(k\frac{T_s}{2\pi} - m\frac{T}{2\pi}\right),$$

а его сравнение с коэффициентами Фурье (12) — получить связь между периодическими коэффициентами Фурье (12) последовательности δ -импульсов и непериодическими коэффициентами ряда Фурье (4) непрерывной периодической функции времени (в шкале дискретной нормированной частоты k , нормируя к $\Delta\omega = 2\pi/T_s$):

$$X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) = N \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(k - mN\right),$$

известную как связь ДПФ со спектром периодического аналогового сигнала.

Использование ряда (20) для последовательности δ -импульсов (8) и свойства преобразования Фурье (умножение на экспоненту) позволяет установить соответствие (во избежание путаницы индекс суммы k принято заменять на m):

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(e^{j\omega T}\right) \delta\left(\omega - k\frac{2\pi}{T_s}\right) &= \\ = \frac{T_s}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(e^{j\omega T}\right) e^{-j\omega n T_s} &\rightarrow \frac{T_s}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(nT - mT_s) \end{aligned}$$

а его сравнение с коэффициентами Фурье (16) — получить связь между периодическими коэффициентами Фурье (16) последовательности δ -импульсов и непериодическими коэффициентами Фурье (6) непрерывной периодической функции частоты (в шкале дискретного нормированного времени n):

$$x_p(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n - mN),$$

известную как связь периодической последовательности с конечной последовательностью, периодически продолженной.

Непериодическая последовательность δ -импульсов

Перейдем к рассмотрению непериодической взвешенной последовательности δ -импульсов (она дублируется с номерами (24) и (26) в табл. 5):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT). \quad (23)$$

В первой и второй строках табл. 5 приведены результаты преобразований, подобные выполненным ранее, и не требующие комментариев.

Таблица 5

Временная область	Частотная область
1	Прямое преобразование Фурье
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT) \quad (24)$	$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega n T} \quad (25)$
2 Согласно (19)	Умножение на экспоненту \rightarrow сдвиг по частоте (индекс суммы k заменен на m)
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-nT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t) e^{jk\frac{2\pi}{T}t} \quad (26)$	$\frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left[j\left(\omega - m\frac{2\pi}{T}\right)\right] \quad (27)$

Частотная область		Временная область
3	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X} \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) \quad (28)$	Обратное преобразование Фурье $\frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X} \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) e^{jk \frac{2\pi}{T_s} t} \quad (29)$
4	Ряд Фурье $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(nT) e^{-j\omega nT} \quad (30)$	Коэффициенты Фурье $\tilde{x}(nT) = \frac{T}{2\pi} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X} \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) e^{j \frac{2\pi}{N} nk} \quad (31)$

Сравнивая (25) с (27), получаем связь спектральных плотностей дискретного и аналогового сигналов:

$$X(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X \left[j \left(\omega - m \frac{2\pi}{T} \right) \right]. \quad (32)$$

Согласно (32), в общем случае, спектральная плотность $X(j\omega)$, вследствие элайсинга, необратимо искажается, поэтому точное восстановление функции $x(t)$, ее отсчетов $x(nT)$ и последовательности δ -импульсов (24) невозможно.

Следовательно, ряд Фурье (25), полученный в результате формального применения преобразования Фурье к последовательности δ -импульсов (24), в действительности ее преобразованием Фурье не является.

В области абсолютной сходимости, при $x(nT)|_{nT < 0} = 0$, ряд Фурье (25) известен как преобразование Фурье бесконечной последовательности:

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega nT}, \quad (33)$$

а его коэффициенты Фурье (18) — как обратное преобразование Фурье.

Согласно (32), в частотной области последовательности δ -импульсов (23) логично поставить в соответствие периодическую последовательность δ -импульсов (см. (28) в табл. 5):

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X} \left(e^{j\omega T} \right) \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X} \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \delta \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s} \right), \quad (34)$$

где тильда поставлена во избежание путаницы с последовательностью δ -импульсов (13) в табл. 3 в отсутствие элайсинга. Соотношения (29)—(31) в табл. 5 подобны соотношениям (14) и (16) в табл. 3.

Если последовательность $x(nT)$ в (33) является произвольной, то абсолютная сходимость ряда (25) гарантируется только для конечной последовательности — одного периода периодической последовательности (см. (17)). Именно этот случай представляет практический интерес.

Вместе с тем, как сказано выше, точное восстановление последовательности $x(nT)$ гарантируется только в отсутствие элайсинга, т. е. при финитной, периодически повторяющейся последовательности в частотной области, когда в рассматриваемой последовательности δ -импульсов (34) будет иметь место равенство

$$\tilde{X} \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) = X \left(e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \quad (\text{см. табл. 3}).$$

Таким образом, установить взаимно однозначные связи возможно только, переходя к периодическим последовательностям δ -импульсов, рассмотренным в табл. 3.

Заключение

Поставленная задача решена. Новый подход с привлечением симметричных рядов Фурье позволил:

- установить ясные, логически обоснованные взаимосвязи между периодическими последовательностями δ -импульсов и последовательностями во временной и частотной областях;
- автоматически получить основные соотношения теории ЦОС для последовательностей, связанные с их преобразованием время-частота, включая ДПФ.

Литература

1. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. — М.: Радио и связь, 1983.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. — М.: Техносфера, 2006.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов, 2-е изд. — СПб.: ПИТЕР, 2006.
4. Oppenheim A, Willsky A. Signals and Systems, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.

DESCRIPTION OF RELATIONS BETWEEN DELTA-PULSE AND NUMERIC SEQUENCES BASED ON SYMMETRIC FOURIER SERIES

Alla I. Solonina, Saint-Petersburg State University of Telecommunications

It is proposed relations between descriptions of weighted delta-pulse sequences and numeric sequences (sequences) in time and frequency domains based on the symmetric Fourier series. On their ground the basic formulas of the DSP theory connected to the transform time-frequency including DFT are made.

УДК 621.391

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ НА КОНЕЧНЫХ ИНТЕРВАЛАХ В БАЗИСЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Пономарева О.В., к.т.н., доцент Ижевского государственного технического университета, cik18@gossovnet.udm.ru

Ключевые слова: дискретные сигналы, спектральный анализ, дискретное преобразование Фурье, параметрический, базис, экспоненциальная функция.

Введение

Развитие методов и средств вычислительной техники значительно расширило приложения цифровых спектральных методов к обработке информации во многих областях научных исследований, таких, например, как радиолокация, сейсмология, навигация, гидролокация, вибродиагностика и связь.

Важное место среди известных методов цифровой обработки сигналов занимает спектральный анализ в базисе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) – дискретное преобразование Фурье (ДПФ).

Пара преобразований ДПФ в матричной форме задается следующими соотношениями:

$$S_N = \frac{1}{N} F_N X_N, \tag{1}$$

$$X_N = F_N^* S_N,$$

где * - знак комплексного сопряжения, $X_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ - представление дискретного сигнала $x(n)$, $n = 0, N-1$, в виде вектора N - мерного линейного пространства; T - знак транспонирования; $S_N = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$ - вектор коэффициентов разложения X_N по системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), задаваемой матрицей F_N :

$$F_N = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}, \tag{2}$$

$$W_N = \exp(-j \frac{2\pi}{N}).$$

Важно понимать, что ДПФ сигнала X_N задает преобразование на конечном множестве точек N , а в рамках теории дискретных сигналов на конечных интервалах любые линейные преобразования сигналов не должны выводить их за пределы интервала N [1]. В случае применения ДПФ, сдвиг сигнала X_N определяется как циклическая перестановка его отсчетов. Широ-

На основе системного подхода рассматривается развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе параметрических экспоненциальных функций. Представлены примеры применения предлагаемой теории в практических задачах цифрового анализа сигналов, иллюстрирующие лучшую локализацию пиков гармонического анализа по отношению к ДПФ с дополнительными нулевыми отсчетами.

кое же применение преобразования Фурье к анализу стационарных процессов и систем главным образом основано на фундаментальном свойстве, отмеченном Н. Винером – свойстве инвариантности экспоненциального базиса к циклическому сдвигу [2]. Матрица сдвигов исходного сигнала X_N в случае применения ДПФ является циркулянтной матрицей и имеет вид:

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & (N-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \dots & x(N-1) \\ x(N-1) & x(0) & \dots & x(N-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(1) & x(2) & \dots & x(0) \end{bmatrix} \end{matrix}. \tag{3}$$

Если использовать квадратную матрицу сдвига размерности N :

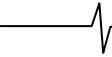
$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}, \tag{4}$$

то выражение (3) можно представить в следующем виде:

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} X_N^T M^0 \\ X_N^T M \\ \dots \\ X_N^T M^{N-1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} X_N^T M^0 \\ X_N^T M \\ \dots \\ X_N^T M^{N-1} \end{matrix} & \end{matrix}, \tag{5}$$

где M^0 - единичная матрица, M^k , $k = \overline{1, N-1}$ - обозначает возведение матрицы M в степень k .

Теория спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах базируется на трех основных и взаимосвязанных положениях:



- определение сигнала на конечном множестве N точек;
- определение сдвига сигнала как некоторой перестановки его отсчетов;
- определение системы дискретных базисных функций.

Все эти положения, как показано выше, при спектральном анализе дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе экспоненциальных функций определены теорией ДПФ. С точки зрения практического применения аппарата ДПФ важно отметить следующий момент. ДПФ последовательности $X(n), n = 0, N-1$ в принципе может рассматриваться, как некоторое приближение к преобразованию Фурье от функции, порождающей последовательность $X(n)$. Однако, и это следует подчеркнуть, свойства ДПФ являются точными и не являются приближенными, основанными на свойствах преобразования Фурье непрерывных сигналов [3,4].

При спектральном анализе дискретных сигналов часто применяется искусственное увеличение интервала определения за счет добавления нулевых отсчетов во временной области [7,8]. В работе [1] рассмотрено видоизменение базисных систем функций Виленкина – Крестенсона (ВКФ) для дискретных сигналов, подвергшихся такому преобразованию. Показано, что для систем ВКФ, заданных на интервале $N = m^n, (n = l + k, l, k - \text{целые числа; } m - \text{основание системы счисления}),$ дополнение дискретного сигнала нулевыми отсчетами во временной области или удаление $m^n - m^l$ столбцов для матрицы ВКФ – Кронекера приводит к периодическому повторению строк m^k раз, а для ВКФ – Пэли – к k -кратному повторению каждой строки. Для ДЭФ полученные результаты не могут быть применены, так как они, как справедливо отмечено в [1], теряют смысл при $m = N$.

Задача данной работы – развитие на базе системного подхода теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах путем обобщения системы экспоненциальных функций и введения нового понятия сдвига дискретного сигнала, заданного на конечном интервале.

Основы теории спектрального анализа дискретных сигналов в базисе параметрических экспоненциальных функций

Пусть дискретная функция $x(n), n = \overline{0, M-1}$, содержит $N(r-1)/r$ нулей, где $N/r = M$ - целое число. Представим такую дискретную функцию в виде вектора:

$$X_M = \left[x(0), x(1), \dots, x(M-1), \underbrace{0, \dots, 0}_{N(r-1)/r} \right]^T. \quad (6)$$

Вычисление ДПФ X_M , согласно(1), равносильно усечению $N(r-1)/r$ столбцов матрицы F_N , т.е. преращению ее из квадратной в прямоугольную:

$$F_{N \times M} = \begin{matrix} & & & & & n \\ & & & & & \\ 0 & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ (N-1) & & & & & \\ & & & & & \\ k & & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdot & \cdot & (M-1) \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & W_M^{(N-1)/r} & \cdot & \cdot & W_M^{(N-1)/r(M-1)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$W_M = \exp(-j2\pi/M).$$

Проанализируем структуру матрицы $F_{N \times M}$.

Обозначим множество номеров строк матрицы $F_{N \times M}$ через $A : A = \{0, 1, 2, \dots, (N-1)\}$. Применим к множеству A отношение сравнимости по модулю r . В силу того, что это отношение является отношением эквивалентности, т.е. обладает свойствами рефлексивности, симметричности, транзитивности, оно разбивает множество A на r классов вычетов по модулю r :

$$A_0 = \{0, r, \dots, r(M-1)\}, \quad (8)$$

$$\dots$$

$$A_{r-1} = \{r-1, r+(r-1), \dots, r(M-1)+(r-1)\}$$

$$A_i \neq \emptyset, \quad A_i \cap A_j = \emptyset, \quad \bigcup_{i=0}^{r-1} A_i = A.$$

Используя полученное разбиение, представим матрицу $F_{N \times M}$ в виде r квадратных матриц, размерность каждой из которых M , а номера элементов строк являются классами вычетов по модулю r :

$$F_{M, \theta} = \begin{matrix} & & & & & n \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ (M-1) & & & & & \\ & & & & & \\ k & & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdot & \cdot & (M-1) \\ 1 & W_M^\theta & \cdot & \cdot & W_M^{\theta(M-1)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & W_M^{(M-1+\theta)} & \cdot & \cdot & W_M^{(M-1+\theta)(M-1)} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $\theta = 0, 1/r, \dots, (r-1)/r$.

$$\text{Дискретные функции вида } W_N^{(p+\theta)l} = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}(p+\theta)l\right]$$

назовем параметрическими дискретными экспоненциальными функциями (ДЭФ-П) - $def_p(p, l, \theta)$.

ДЭФ-П являются обобщением обычных ДЭФ и равны им при значении параметра $\theta=0$. Матрица $F_{M, \theta}$ состоит соответственно из ДЭФ-П при $p=k, l=n, N=M$. Матрица $F_{M, \theta}$ - не симметрическая, в отличие от матрицы F_N (2), но является также унитарной. В дальнейшем, для удобства изложения, сигнал X_N определяется на интервале $\overline{0, N-1}$, и матрица $F_{M, \theta}$ (9) обозначается через $F_{N, \theta}$.

Рассмотрим основные свойства ДЭФ-П.

1. ДЭФ-П в отличие от ДЭФ не являются функциями двух равноправных переменных p и l . Следовательно, матрица ДЭФ-П ассиметрична.

2. ДЭФ-П являются периодическими по переменной p и параметрически периодическими по переменной l с периодом N :

$$def_p(p \pm kN, l, \theta) = def_p(p, l, \theta),$$

$$def_p(p, l \pm kN, \theta) = def_p(p, l, \theta) W_N^{\pm \theta Nk}.$$

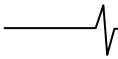
3. Система ДЭФ-П не мультипликативна по переменной p :

$$def_p(p, l, \theta) def_p(m, l, \theta) \neq def_p(p+m, l, \theta);$$

и мультипликативна по переменной l :

$$def_p(p, l, \theta) def_p(p, m, \theta) = def_p(p, l+m, \theta), \quad m = \overline{0, N-1}$$

4. Среднее значение ДЭФ-П по переменной p равно нулю при $l \neq 0$;



$$\sum_{p=0}^{N-1} def_p(p, l, \theta) = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} \theta l\right) \frac{1 - \exp(-j 2\pi l)}{1 - \exp(-j \frac{2\pi}{N} l)}$$

а по переменной l не равно нулю:

$$\sum_{l=0}^{N-1} def_p(p, l, \theta) = \frac{1 - \exp[-j 2\pi l(p + \theta)]}{1 - \exp(-j \frac{2\pi}{N} (p + \theta))}$$

5. Система ДЭФ-П ортогональна по обоим переменным:

$$\sum_{l=0}^{N-1} W_N^{(p+\theta)l} \left[W_N^{(m+\theta)l} \right]^* = \frac{1 - W_N^{-(m-p)N}}{1 - W_N^{-(m-p)}} = \{N$$

при $p=m$; 0 при $p \neq m$;

$$\sum_{p=0}^{N-1} W_N^{(p+\theta)l} \left[W_N^{(p+\theta)k} \right]^* = W_N^{-\theta(k-l)} \frac{1 - W_N^{-(k-l)N}}{1 - W_N^{-(k-l)}} = \{N$$

при $k=l$, 0 при $k \neq l$.

6. Система ДЭФ-П является полной системой, так как число линейно независимых функций равно размерности множества дискретных сигналов.

Разложение по базисной системе ДЭФ-П назовем параметрическим дискретным преобразованием Фурье (ДПФ-П), которое в матричной форме имеет вид:

$$S_{N,\theta} = \frac{1}{N} F_{N,\theta} X_N, \quad 0 \leq \theta < 1, \quad (10)$$

или в обычной форме:

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}, \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (11)$$

Существует обратное ДПФ-П (ОДПФ-П), которое определяется следующим соотношением:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k, \theta) W_N^{-(k+\theta)n}, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (12)$$

Докажем, что (12) действительно обратное преобразование по отношению к (11). Для этого умножим левую и правую части равенства на $W^{-(k+\theta)m}$ и просуммируем результат по k :

$$\sum_{k=0}^{N-1} S_N(k, \theta) W_N^{-(k+\theta)m} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n} W_N^{-(k+\theta)m},$$

или

$$\sum_{k=0}^{N-1} S_N(k, \theta) W_N^{-(k+\theta)m} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{-\theta(m-n)m} \sum_{k=0}^{N-1} W_N^{-(m-n)k}.$$

С учетом ортогональности функций ДЭФ-П окончательно получим:

$$x(m) = \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k, \theta) W_N^{-(k+\theta)m}, \quad m = \overline{0, N-1},$$

что совпадает с (12).

Обратное ДПФ-П в матричной форме задается следующим соотношением:

$$X_N = F_{N,\theta}^* S_{N,\theta}, \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (13)$$

Матрица сдвигов исходного сигнала X_N , в случае применения ДПФ-П, является параметрической циркулянтной матрицей [5] и определяется следующим образом:

$$C_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \\ 0 & x(0) & x(1) & \dots & x(N-1) \\ 1 & x(N-1)W_N^{N\theta} & x(0) & \dots & x(N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (N-1) & x(1)W_N^{N\theta} & x(2)W_N^{N\theta} & \dots & x(0) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Если использовать квадратную матрицу размерности N параметрического сдвига:

$$M_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ e^{-j2\pi\theta} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

то выражение (14) можно представить следующим образом:

$$C_\theta = \begin{bmatrix} X_N^T M_\theta^0 \\ X_N^T M_\theta \\ \cdot \\ X_N^T M_\theta^{N-1} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где M_θ^0 - единичная матрица, $M_\theta^k, k = \overline{1, N-1}$ - обозначает возведение в степень k матрицы M_θ (15).

Широкое применение стандартного ДПФ для анализа дискретных случайных сигналов во многом объясняется тем, что энергетический спектр N -периодической последовательности $x(n \pm N) = x(n); n = \overline{0, N-1}$ инвариантен временному сдвигу исходной последовательности. Используя метод собственных преобразований, можно показать, что ДПФ-П является собственным преобразованием параметрической циркулянтной матрицы C_θ (16)

Теорема. ДПФ-П является собственным преобразованием параметрической циркулянтной матрицы

$$F_{N,\theta} C_\theta F_{N,\theta}^{-1} = \text{diag} S_{N,\theta}^*,$$

где * - символ комплексного сопряжения

Доказательство. Обозначим через r_i корень скалярного уравнения $r^N = (-j 2\pi\theta)$.

Поскольку данное уравнение имеет N различных корней, получим N собственных векторов:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_0 & r_1 & \dots & r_{N-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_0^{N-1} & r_1^{N-1} & \dots & r \end{bmatrix}, \quad r_i = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N} (i + \theta)\right].$$

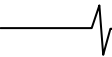
Учитывая, что $R = (F_{N,\theta}^T)$, получим

$$[R^{-1} C_\theta R]^* = F_N C_\theta (F_{N,\theta}^{-1}) = \text{diag} S_{N,\theta}^*,$$

Следствие1.

ДПФ является собственным преобразованием циркулянтной матрицы C_θ :

$$F_N C_\theta F_N^{-1} = \text{diag} S_N^*$$



Это следует из того, что при $\theta = 0$ ДПФ-П является стандартным ДПФ, а параметрическая циркулянтная матрица задает циклический сдвиг последовательности $x(n)$, $n = 0, N - 1$.

Следствие 2.

Энергетический спектр параметрической N - периодической последовательности инвариантен к ее временному сдвигу:

$$G_N(k, \theta) = N |S_N(k, \theta)|^2,$$

где $S_N(k, \theta)$ - коэффициенты ДПФ-П параметрической N - периодической последовательности:

$$x_\theta(n) = x(n \bmod N) W_N^{\theta N \text{ent}[n/N]} \quad (17)$$

где $\text{ent}[\cdot]$ – символ взятия целой части.

В частном случае при $\theta = 1/2$ приходим к понятию N – антипериодической решетчатой функции

$$x_{1/2}(n+N) = -x_{1/2}(n).$$

Применение теории спектрального анализа дискретных сигналов в базисе параметрических экспоненциальных функций

Рассмотрим применение полученных результатов в практических задачах цифрового спектрального анализа.

Предварительно отметим ряд положений, которые непосредственно следуют из полученных результатов.

1. Разложение дискретного сигнала X_N в базисе параметрических экспоненциальных функций согласно соотношению (10), при каждом значении θ задает свой, определенный базис. При этом значение параметра θ может быть любым, взятым из интервала $[0,1)$, а не только тем, которое задано в соотношении (9).

2. Сигнал X_N заданный на интервале $0, N - 1$ и дополненный нулевыми отсчетами, число которых равно $N(r - 1)$, может быть представлен в виде суммы параметрических N -периодических функций:

$$x(n) = \sum_{i=0}^{r-1} x_i(n) = \sum_{i=0}^{r-1} x_\theta(n) \Big|_{\theta=i \frac{1}{r}}.$$

где $x_\theta(n)$ - задается формулой (17).

3. При анализе можно рассматривать и сдвиг собственного базиса ДЭФ-П матрицей параметрического сдвига (15). При этом параметрические дискретные экспоненциальные функции при любом θ «отследят» все значения экспоненциальных дискретных функций, заданных матрицей (2), размерность которой учитывает дополнение исходного сигнала X_N нулевыми отсчетами (соотношение (6)).

Рассмотрим некоторые приложения полученных результатов в практике цифровой обработки сигналов.

Цифровой спектральный анализ по экспоненциальному базису широко применяется при решении практических задач в различных областях. Так, в задачах виброакустической диагностики машин дискретное преобразование Фурье используется для выявления периодических компонент, параметры которых являются информативными признаками при определении внутреннего состояния машины [5]. Например, в задачах медицинской диагностики, при исследовании состояния больного, важным шагом является определение главной частоты биотоков мозга [6]. Отметим, что при практическом применении дискретного преоб-

разования Фурье (ДПФ) возникает ряд характерных проблем, среди которых так называемая «паразитная» амплитудная модуляция спектра (эффект «частотокола»), возникающая из-за потерь для частот, лежащих между отсчетами (потери до - 4 дБ).

На рис. 1 проиллюстрирован этот эффект. При анализе методом ДПФ гармонической компоненты, частота которой не является целой величиной (не совпадает с соответствующим отсчетом ДПФ), наблюдаются одновременно эффект «утечки» и эффект «частотокола» - рис. 1 (а, в).

Как в первом, так и во втором случае для уменьшения влияния этих эффектов применяется дополнение исходного сигнала нулевыми отсчетами [7]. При этом существенно увеличивается объем вычислений и необходимый объем памяти [4,6].

Рассмотрим пример. Пусть задан гармонический сигнал с частотой 14,3 и ставится задача оценки его частоты (задача локализации спектральных пиков). Нетрудно видеть, что при использовании ДПФ, даже дополняя исходный сигнал нулевыми отсчетами, невозможно «совместить» отсчет ДПФ с частотой гармонической компоненты (т.к. увеличение интервала анализа за счет дополнения исходного сигнала нулевыми отсчетами позволяет изменять интервал между отсчетами лишь в кратное число раз). Основываясь же на изложенной в данной статье теории, задача локализации спектральных пиков решается без каких либо проблем, вариацией параметра θ (Рис. 2, а, б, в).

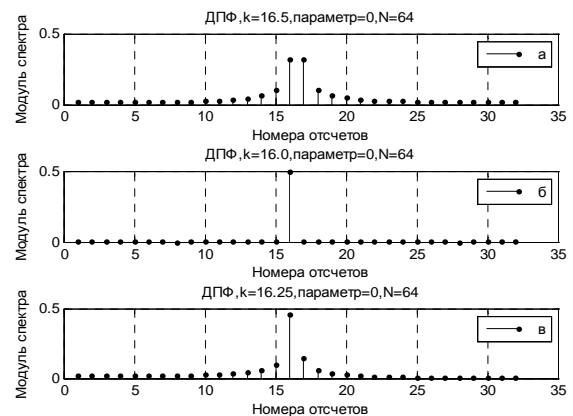


Рис. 1

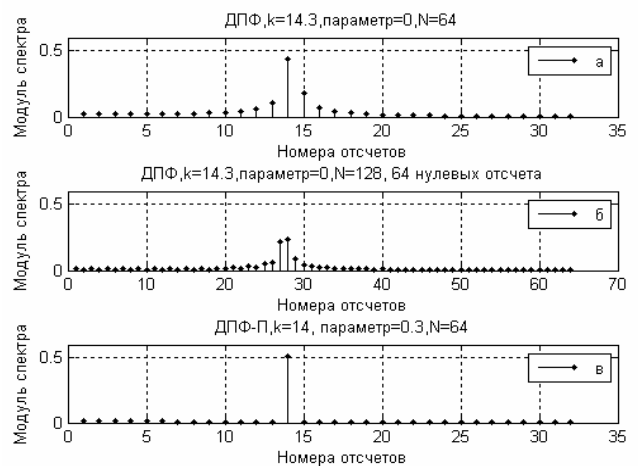


Рис.2

Еще одним приложением полученных результатов является оценка апериодической свертки дискретных сигналов [4].

В заключении отметим, что основы изложенной теории спектрального анализа дискретных сигналов, базируются на трех взаимосвязанных моментах:

- определение сигналов на конечном множестве точек;
- введение нового понятия сдвига сигнала - параметрического циклического сдвига;
- введение в качестве базисов системы дискретных параметрических экспоненциальных функций. Рассмотрены примеры применения предлагаемой теории в практических задачах цифрового спектрального анализа, которые подтверждают эффективность подхода.

Литература.

1. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: «Сов.Радио», 1975.-208с.
2. Пойда В.Н. Спектральный анализ в дискретных ортогональных базисах. Мн., «Наука и техника», 1978.-136с.
3. Гадзиковский В.И. Теоретические основы цифровой обработки сигналов. – М.: Радио и связь. 2004.-334с.
4. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Модификация дискретного преобразования Фурье для решения задач интерполяции и свертки функций // Радиотехника и электроника. - АН СССР.-1984.-Т.29.-№ 8.-Стр.1561-1570.
5. Артоболевкий Н.Н. и др. Введение в акустическую динамику машин.- М.: Наука, 1979.
6. Gibbs F.A., Gras A.M. Frequency analysis of electroencephalograms. – Science, 1947, vol. 105, p. 132-134.

7. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ.-М.: ООО «Бином-Пресс», 2007 г.-656 с.-: ил.
8. Пономарева О.В. Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах.// Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова. Серия: цифровая обработка сигналов и ее применение. Выпуск : 12, 1 том. М: 2010.

DEVELOPMENT OF THE THEORY OF SPECTRAL ANALYSIS OF DISCRETE SIGNALS IN A FINITE INTERVAL IN BASIS PARAMETRIC DISCRETE EXPONENTIAL FUNCTIONS

Ponomareva O. V.

This article describes a systematic manner the development of the theory of spectral analysis of discrete signals on finite intervals. The proposed theory is based on three fundamental and interrelated propositions:

- Definition signals on a finite set of points;
- - Introducing a new concept shift signal - parametric rotate;
- - Introduction as the basis of discrete parametric exponential functions.
- Examples of the proposed theory of spectral analysis for practical problems in digital signal analysis.

Уважаемые коллеги!

Предлагаем вам принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещение рекламы продукции (услуг) Вашей фирмы на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) Вашей фирмы с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

В 2010 году планируется выпуск 4-х номеров журнала (тираж до 700 экз.). Журнал распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России, СНГ и странах Балтии (индекс 82185), а также на отраслевых всероссийских и международных Выставках.

Размещение рекламы Вашей фирмы на страницах журнала «Цифровая обработка сигналов» на плановой основе (не менее 2-х полных или 4-х половинчатых рекламных полос в течение года) предоставит Вам следующие возможности и права:

1. Первоочередное право расположения рекламных материалов на всех обложках (кроме 1-й) и страницах журнала.
2. Публикация представленных Вами рабочих (рекламных) материалов (статей) объемом до 6 полос в каждом очередном номере (в счет оплаченной рекламы).
3. Установка баннера Вашего сайта (или логотипа вашей организации) на 1-й странице сайта журнала «Цифровая обработка сигналов» (www.dsra.ru) в течение всего года, что привлечет внимание к продукции (услугам) Вашей фирмы новых участников на рынке DSP-технологий (ежедневно фиксируется до 100 и более посещений сайта www.dsra.ru).
4. Предоставление до 10 экз. очередного выпуска журнала.

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки - 20 тысяч рублей.
- 2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки - 15 тысяч рублей.
- 1\2 цветной внутренней полосы - 7 тысяч рублей.
- 1\2 черно-белой внутренней полосы - 1 тысяча рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович

Предложения прошу направлять по адресу:
E-mail: tor@rgta.ryazan.ru или info@dsra.ru

ДВУХКАНАЛЬНЫЙ БАНК ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ ЛЕСТНИЧНЫХ СТРУКТУР И АРИФМЕТИКИ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ ПЕРЕМЕННОГО ФОРМАТА

Родионов М.М., магистр, инженер-электроник, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, post-rodmax@bsuir.by

Петровский А.А., к.т.н., доцент, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Ключевые слова: встраиваемые системы, двухканальный банк фильтров, многоскоростная обработка, фиксированная запятая.

Введение

На сегодняшний день востребованы и пользуются большой популярностью реализации мультимедиа приложений в виде встраиваемых систем. В качестве элементной базы для данного класса аппаратуры служат специализированные микропроцессоры, хотя более перспективным направлением является использование специализированных заказных БИС (ASIC) либо программируемых логических интегральных схем (ПЛИС), в частности с архитектурой FPGA. При проектировании данных цифровых систем, работающих в реальном масштабе времени, особое внимание уделяется таким показателям, как скорость вычислений, аппаратные затраты, сложность алгоритмов выполнения арифметических операций. По этой причине большинство устройств такого класса выполняются на основе арифметики с фиксированной запятой, которая позволяет получить хорошие результаты по перечисленным показателям.

Большой класс алгоритмов по обработке звуковой информации и графики базируется на анализе информации в частотной области, что приводит к необходимости использования преобразований, осуществляющих заданную частотно-временную декомпозицию сигнала. В связи с этим широкое распространение получили цифровые банки фильтров.

В данной работе представлен подход, ориентированный на аппаратную реализацию двухканального банка фильтров на основе лестничных структур (lifting scheme). Проведен анализ алгоритма с точки зрения реализации с использованием арифметики с фиксированной запятой с переменным форматом, предложен ряд аппаратных решений. В первую очередь предложенная архитектура может быть полезна при построении

Предложена архитектура двухканального банка фильтров на основе лестничных структур и арифметики с фиксированной запятой переменного формата, ориентированная на последующую реализацию в виде заказных СБИС (ASIC), а также на создание прототипов устройств на ПЛИС (в частности с архитектурой FPGA).

мультимедиа приложений реального времени, включающих в свой состав быстрое вейвлет преобразование, а также пакетное вейвлет преобразование [1].

Двухканальный банк фильтров на лестничных структурах

Под двухканальным банком фильтров будем подразумевать цифровой узел, выполняющий сепарирование входного сигнала $X(z)$ на низкочастотную $Y_L(z)$ и высокочастотную $Y_H(z)$ составляющие с последующей децимацией по основанию 2 в каждом канале (рис. 1 а). В большинстве приложений для выделения низкочастотных и высокочастотных компонент сигнала применяются НЧ и ВЧ КИХ фильтры $\tilde{h}(z)$ и $\tilde{g}(z)$, которые в терминах z -преобразования определяются следующими выражениями:

$$\tilde{h}(z) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{h}_n z^{-n}, \quad (1)$$

$$\tilde{g}(z) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{g}_n z^{-n}, \quad (2)$$

где \tilde{h}_n , \tilde{g}_n – коэффициенты фильтров $\tilde{h}(z)$ и $\tilde{g}(z)$.

Так как с выходов фильтров выбирается только каждый второй отсчет, а остальные игнорируются (децимация по основанию 2), данное обстоятельство делает возможной реализацию эффективных структур на базе КИХ-фильтров, работающих на вдвое меньшей частоте относительно частоты входного сигнала. Такие структуры впервые были предложены в работе [2] и получили название полифазные.

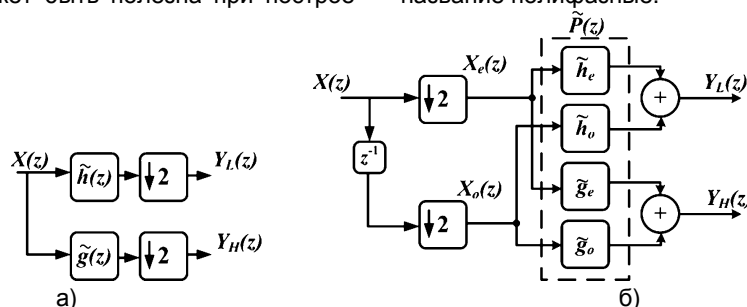


Рис. 1. Структурная схема прямой (а) и полифазной (б) реализации двухканального банка фильтров.

Блок-схема полифазной реализации двухканального банка фильтров изображена на рис. 1 б. Выходные значения $Y_L(z)$ и $Y_H(z)$ можно получить из следующего выражения:

$$\begin{bmatrix} Y_L(z) & Y_H(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_e(z) & z^{-1} X_0(z) \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}. \quad (3)$$

В данном выражении $X_e(z)$, $X_0(z)$, – представления в z -области двух последовательностей, состоящих из четных и нечетных отсчетов входного сигнала, а $\tilde{\mathbf{P}}$ – полифазная матрица, формируемая на основе $\tilde{h}(z)$, $\tilde{g}(z)$ фильтров, следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \tilde{h}_e(z) & \tilde{g}_e(z) \\ \tilde{h}_0(z) & \tilde{g}_0(z) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $\tilde{h}_e(z)$, $\tilde{h}_0(z)$ и $\tilde{g}_e(z)$, $\tilde{g}_0(z)$ – полифазные компоненты фильтров $\tilde{h}(z)$, $\tilde{g}(z)$ соответственно. Ниже записаны выражения для представления полифазных компонент $\tilde{h}_e(z)$, $\tilde{h}_0(z)$ с использованием коэффициентов фильтра $\tilde{h}(z)$ из (1).

$$\tilde{h}_e(z) = \sum_{n=0}^{N/2-1} \tilde{h}_{2n-1} z^{-n}, \quad (5)$$

$$\tilde{h}_0(z) = \sum_{n=0}^{N/2-1} \tilde{h}_{2n} z^{-n}. \quad (6)$$

Полифазная реализация позволяет понизить частоту тактирования банка, но при этом число арифметических операций остается таким же как в прямой реализации. В работах [3],[4] предложен подход, позволяющий перейти к построению банка фильтров на основе лестничных структур (lifting scheme). Для перехода к предложенной архитектуре осуществляется факторизация полифазной матрицы $\tilde{\mathbf{P}}$ (4), т.е. разложение на более простые треугольные матрицы, называемыми элементарными шагами.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & s(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t(z) & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Применяя алгоритм Евклида и ряд относительно несложных матричных преобразований [4], можно представить полифазную матрицу (4) в виде:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \prod_{i=1}^{I/2} \left(\begin{bmatrix} 1 & s_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_i(z) & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $s_i(z)$ и $t_i(z)$ – полиномы малого порядка, I – число элементарных треугольных матриц, полученных в результате факторизации полифазной матрицы; K_1, K_2 вещественные коэффициенты.

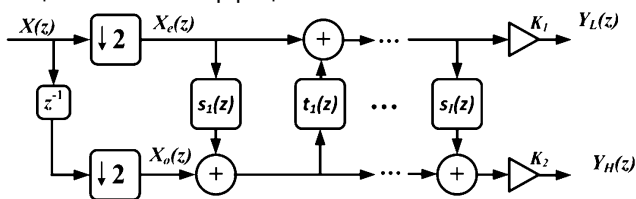


Рис 2. Блок-схема двухканального банка фильтров на основе лестничных структур.

В результате анализа алгоритма факторизации с использованием среды MATLAB общий вид для полиномов $s_i(z)$ и $t_i(z)$ (7)–(9) может быть сведен к выражению вида $(b_0 + b_1 z^u) z^v$, где b_0, b_1 – вещественные коэффициенты, u – целое значение степени z .

В итоге для банка фильтров на лестничных структурах число умножений составит $N_{mul} = N + 2$ и число сложений $N_{add} = N$, где N – число коэффициентов исходного фильтра $\tilde{h}(z)$, что почти вдвое меньше по сравнению с прямой реализацией ($N_{mul} = 2N$ и $N_{add} = 2(N - 1)$).

Реализация архитектуры на арифметике с фиксированной запятой переменного формата

Данные, поступающие на вход банка фильтров, представляются в формате с фиксированной запятой в дополнительном коде и принимают значения в диапазоне $[-1,1)$. Коэффициенты b_0 и b_1 , полученные в результате факторизации полифазной матрицы (4), могут выходить за пределы диапазона $[-1,1)$. Это в свою очередь приводит к снижению входного динамического диапазона, если использовать арифметику с фиксированной запятой для кодирования только дробных чисел. Поэтому в данной работе для реализации алгоритма на арифметике с фиксированной запятой использована методология, предложенная в [6],[7], на основании которой в разных узлах алгоритма варьируется формат данных, т.е. число бит, отводимых под целую и дробную части слова. В соответствии с данным подходом любое число, представленное в формате с фиксированной запятой в дополнительном коде, задается в виде выражения:

$$a = ma \cdot 2^{exp_a}, \text{ где } ma = (-1)^s + \sum_{i=0}^{wl-2} a_i \cdot 2^{i-wl+1}. \quad (10)$$

Здесь ma – само значение числа, представленное в дополнительном коде, интерпретируемое как дробное в диапазоне $[-1,1)$, exp_a – это порядок масштабирующего множителя 2^{exp_a} , a_i – это значения соответствующих битов числа, равные 0 либо 1; s – знаковый бит; wl – разрядность слова (рис. 3).

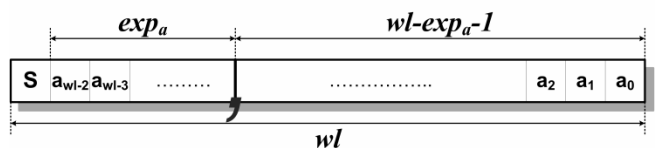


Рис.3. Представление числа в арифметике с фиксированной запятой.

Для заданного в (10) формата данных операции сложения (рис. 4 а) и умножения (рис. 4 б) чисел a и b задаются как

$$c = a + b = mc \cdot 2^{exp_c} = (ma \cdot 2^{exp_a - exp_b} + mb) \cdot 2^{exp_b}, \quad (11)$$

$$c = mc \cdot 2^{exp_c} = ma \cdot mb \cdot 2^{iwl_a + iwl_b}. \quad (12)$$

При этом в операции сложения множитель $2^{exp_a - exp_b}$ соответствует арифметическому сдвигу вправо для «выравнивания» битов с одинаковыми весами в операциях ma и mb .

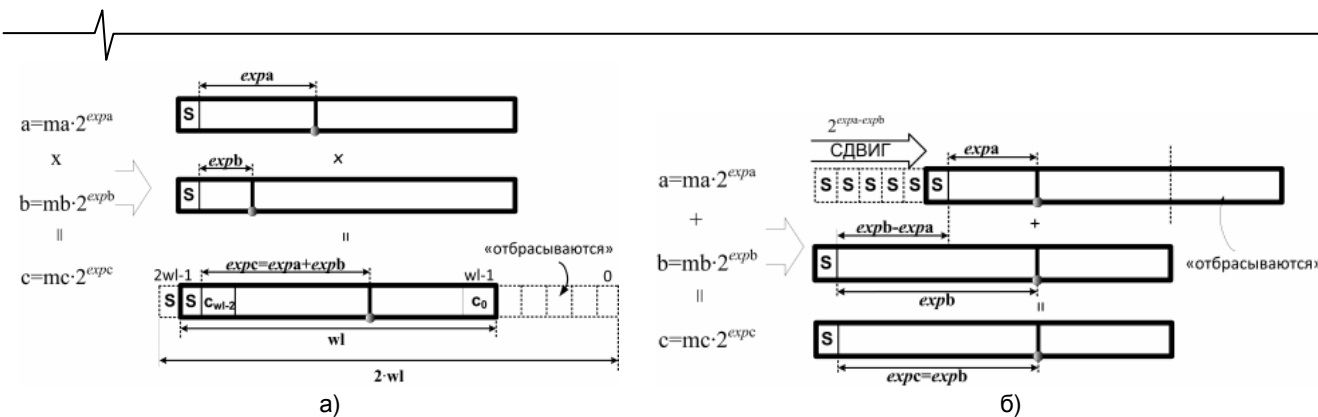


Рис. 4. Выполнение операций а) умножения и б) сложения.

На основании (10) можно отметить, что значения $ma, mb \in [-1, 1)$, поэтому операцию $ma - mb$ можно выполнять по правилам умножения дробных чисел, представленных в дополнительном коде. Тогда результат умножения будет иметь длину слова равную $2 \cdot wl$, при этом первый значащий бит сместится на одну позицию вправо. Таким образом, корректное значение ma для выбранной длины слова wl будет расположено в разрядах, начиная с $wl - 1$ по $2wl - 2$.

Основной шаг лестничной структуры двухканального банка фильтров на арифметике с фиксированной запятой может быть представлен в виде блок-схемы, изображенной на рис. 5. На вход рассматриваемой схемы поступают данные $X_e(n)$ и $X_0(n)$ с одинаковой разрядностью, но с различным числом бит отведенных под целую часть числа.

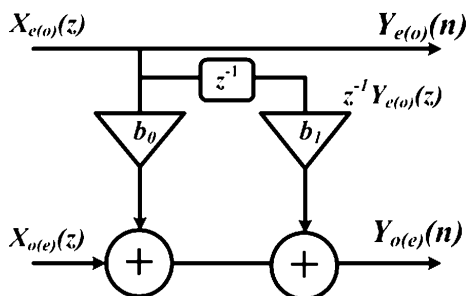


Рис. 5. Блок-схема основного шага в двухканальном банке фильтров на лестничных структурах.

Для выполнения арифметических вычислений необходимо выполнить квантование (перевод из формата с плавающей запятой в формат с фиксированной запятой) коэффициентов b_0 и b_1 . В данной работе было принято решение осуществить квантование на основе предложенного выражения:

$$b = m_b \cdot 2^{exp_b}, \quad |m_b| \in [0.5; 1], \quad exp_b \in Z. \quad (13)$$

В сущности, при переводе из формата с плавающей запятой в формат с фиксированной запятой значению m_b присваивается мантисса исходного коэффициента, заданного в формате с плавающей запятой, а параметру exp_b сопоставляется порядок этого значения. Данный способ позволяет сохранить наибольшую точность при переводе числа для выбранной длины слова.

Как видно из рис. 5, основным функциональным блоком (рис. 6) является умножение одной входной переменной на постоянный коэффициент и последующее сложение получившегося результата со второй входной переменной.

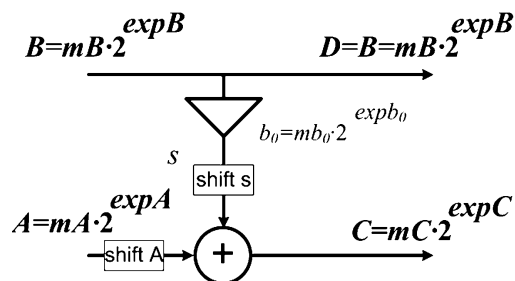


Рис. 6. Основной функциональный блок банка фильтров.

Ниже приведены выражения для расчета промежуточных и выходных значений в данном функциональном блоке.

Расчет параметров результата умножения $s = B \cdot b_0$:

$$m_s = m_B \cdot m_{b_0}, \quad (14)$$

$$exp_s = exp_B + exp_{b_0}. \quad (15)$$

Расчет параметров выходной переменной $C = A + s$:

$$exp_C = \max(exp_A, exp_s), \quad (16)$$

$$m_A = m_A \cdot 2^{exp_C - exp_A} + m_s \cdot 2^{exp_C - exp_s}. \quad (17)$$

В итоге вся процедура расчета сводится к вычислению двух арифметических операций над дробными знаковыми числами, представленными в дополнительном коде:

- произведение (14) входного значения m_B на константу m_{b_0} ;

- сложение (17) результата умножения m_s и второго входного значения m_A , причем операнд с меньшим значением порядка масштабирующего множителя предварительно подвергается арифметическому сдвигу вправо на $exp_C - exp_A (exp_s)$ бит.

Рассмотрим следующий пример. Возьмем параметры первого шага лестничной структуры для фильтра Добеши Db-4 [8] (табл. 1): $s_1(z) = b_0 = -3,1029_{-1}$. После квантования параметры коэффициента b_0 будут равны $m_{b_0} = -0,7757$ и

$exp_{b_0} = 2$. Так как на первом шаге лестничной структуры на вход поступают последовательности $X_e(z)$ и $X_o(z)$, состоящие из четных и нечетных отсчетов входного сигнала $X(z)$, то для них $exp_{x_e} = exp_{x_o} = exp_x = 0$, а параметры $m_{x_e}, m_{x_o} \in [-1; 1]$ есть сами значения входных данных. На основе формул (14) – (17), принимая, что $A = X_o$, а $B = X_e$ получим, что $exp_c = 2$. Поэтому перед операцией сложения необходимо произвести арифметический сдвиг вправо операнда m_{x_o} на 2 разряда (см. рис. 7).

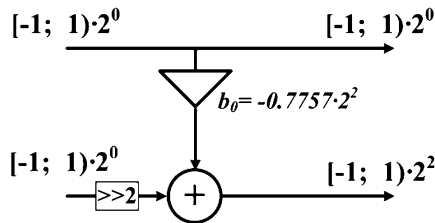


Рис. 7. Реализация на арифметике с фиксированной запятой первого шага двухканального банка фильтров для Db-4.

В итоге, продвигаясь от первого шага лестничной структуры до последнего, мы можем рассчитать значения порядков масштабирующих коэффициентов для всех узлов схемы, а также определить параметры арифметических сдвигов для операндов перед операцией суммирования.

Таким образом, для реализации рассматриваемого алгоритма при использовании арифметики с фиксированной запятой необходимо выполнить следующие действия: квантование коэффициентов лестничных структур b_0, b_1 в соответствии с формулой (13), расчет параметров арифметического сдвига операндов перед выполнением операции суммирования.

Последней операцией при расчете выходных значений в банке является умножение на матрицу, состоящую из коэффициентов усиления K_1, K_2 (9). Данную операцию (рис. 8) можно представить в виде следующих выражений:

$$Y_L = m_{Y_L} \cdot 2^0 = m_A \cdot m_{K_1} \cdot 2^{exp_A + exp_{K_1}}, \quad (18)$$

$$Y_H = m_{Y_H} \cdot 2^0 = m_B \cdot m_{K_2} \cdot 2^{exp_B + exp_{K_2}}, \quad (19)$$

Порядок масштабирующих множителей exp_{Y_L}, exp_{Y_H} для выходных значений Y_L и Y_H равен 0, так как общая схема алгоритма рассчитана так, что имеет место коэффициент усиления, не превышающий единицы на всем частотном диапазоне, т.е. вес старшего разряда в выходном слове равняется 2. Это в свою очередь должно означать, что $exp_A + exp_{K_1} = exp_B + exp_{K_2} = 0$, однако в действительности выражения $exp_A + exp_{K_1} (exp_B + exp_{K_2}) \geq 0$.

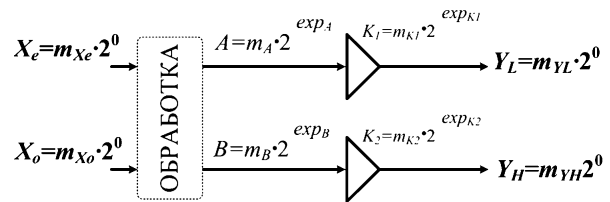


Рис. 8. Схема умножения на матрицу коэффициентов K_1, K_2 .

Таким образом, для того чтобы получать на выходе двухканального банка фильтров значения с длиной слова, равной wl и весом старшего бита 2^0 , был использован следующий прием. В результате перемножения значений A и K_1 (B и K_2) мы получаем значения с разрядностью $2 \cdot wl$ и весом старшего бита $2^{1+exp_A+exp_{K_1}}$ ($2^{1+exp_B+exp_{K_2}}$). Поскольку выходные значения лежат в интервале $[-1; 1]$, то разряды с $2wl - 1$ по $2wl - 1 - exp_A - exp_{K_1}$ ($2wl - 1 - exp_B - exp_{K_2}$) не являются значащими, и лишь «расширяют» знаковый бит (рис. 9). Выходной результат для умножения $Y_L = A \cdot K_1$ располагается в разрядах с $2wl - 2 - exp_A - exp_{K_1}$ по $wl - 1 - exp_A - exp_{K_1}$, и в разрядах с $2wl - 2 - exp_B - exp_{K_2}$ по $wl - 1 - exp_B - exp_{K_2}$ для $Y_H = B \cdot K_2$.

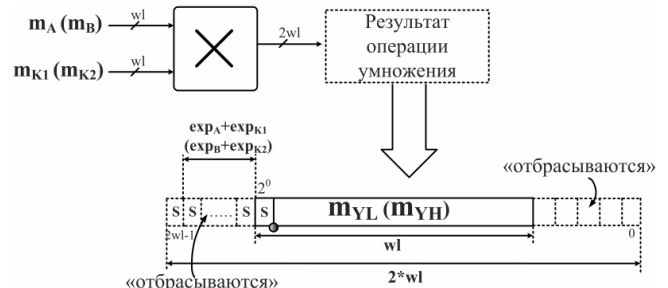


Рис. 9. Формирование выходного значения $Y_L (Y_H)$ из результата операции умножения значений A и $K_1 (B$ и $K_2)$.

Таким образом, выражения (13) – (19) определяют математическую модель двухканального банка фильтров для арифметики с фиксированной запятой переменного формата.

Рассмотрим пример, в котором производится расчет параметров банка фильтров на лестничных структурах для фильтров Добеши Db-4 (8-коэффициентов). В табл. 1 приведены рассчитанные параметры для коэффициентов b_0, b_1 . Коэффициенты K_1 и K_2 для рассматриваемого примера равны 2,6131 и 0,3827 соответственно.

Таблица 1.

Параметры лестничной структуры для исходных вейвлет фильтров Db-4.

Номер шага ЛС, i	Тип	u	b_0^i			b_1^i		
			значение	mb_0	exp_{b_0}	значение	mb_1	exp_{b_1}
1	$s_1(z)$	0	-3,1029	-0,7757	2	0	0	-

2	$t_2(z)$	1	-0,0763	-0,6104	-3	0,2920	0,5840	-1
3	$s_3(z)$	-1	5,1995	0,6499	3	-1,6625	-0,8313	1
4	$t_4(z)$	3	3,1769	0,7942	2	0,0379	0,6064	-4
5	$s_5(z)$	-3	0,3141	0,6282	-1	0	0	-

Структурная схема банка для данного примера изображена на рисунке рис. 10. Так как реализуемый банк является казуальной системой, т. е. в определенный момент времени значение выходного отсчета зависит только от текущего и предыдущих входных значений (в случае нерекурсивных систем), то между элементарными шагами лестничной структуры введены элементы задержки для «компенсации» положительных степеней от переменной z .

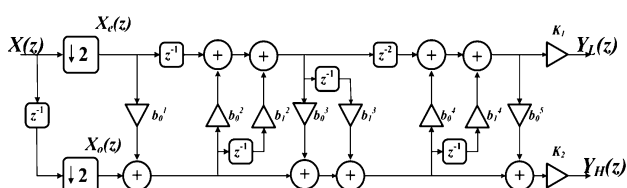


Рис. 10. Блок схема двухканального банка для примера с Db-4 (табл. 1).

На рис. 11 показано, как меняется формат данных после каждого шага лестничной структуры банка для рассматриваемого примера.

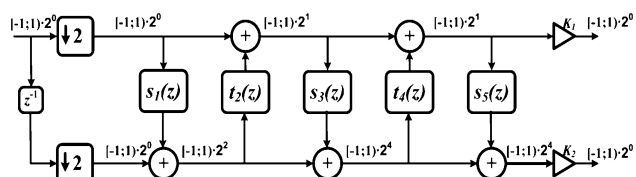


Рис. 11. Изменение формата промежуточных данных в банке фильтров для примера с Db-4.

Структурная схема банка фильтров на лестничных структурах

Для практического применения в различных мультимедиа приложениях предлагается следующая обобщенная параметризованная структура двухканального банка фильтров рис. 12, ориентированная прежде всего на реализацию в виде заказных СБИС (ASIC), а также для создания прототипов устройств на ПЛИС (в частности с архитектурой FPGA).

Входной сигнал $X(z)$, поступающий в систему, разбивается на четные и нечетные отсчеты с помощью трех входных регистров, после чего производится вычисление выходных значений сигналов $Y_L(z)$ и $Y_H(z)$ в процессорных элементах (ПЭ) и на выходных умножителях K_1, K_2 . Для реализации элементов задержки z , присутствующих в алгоритме после каждого ПЭ в верхнем и нижнем каналах, предусмотрены регистровые файлы, работающие по принципу FIFO. Данные блоки регистров также могут быть использованы для организации конвейерного процесса вычисления, что позволит повысить пропускную способность схемы.

Вся структура банка фильтров задается следующими параметрами:

- w_l – разрядность данных, поступающих на вход, и соответственно разрядность всех арифметических операций и буферов для хранения промежуточных результатов;

- I – число элементарных шагов лестничной структуры;

- $V_{PE}(i) \rightarrow \{id, type, b_0, ind_x, sh_{x1}, sh_{x2}, [sh_{s2}, b_1, delayed]\}$, $i = 1..I$ – массив из I векторов, каждый из которых задает параметры i -го элементарного шага лестничной структуры (сами параметры будут рассмотрены ниже);

- $V_{BUF}(i) \rightarrow \{d_{xe}, d_{x0}\}$, $i = 1..I$ – массив из I векторов, каждый из которых задает число элементов задержки d_{xe}, d_{x0} соответственно в верхнем и нижнем каналах после i -го элементарного шага;

- $V_K(i) \rightarrow \{K_1, K_2, n_{ye}, n_{y0}\}$ – вектор, задающий значения квантованных коэффициентов K_1 и K_2 , а также номера старших бит n_{ye}, n_{y0} , начиная с которых будут выданы результаты перемножения сигналов на коэффициенты K_1 и K_2 соответственно.

Ниже даны разъяснения для всех параметров, включенных в вектор $V_{PE}(i)$.

Параметр id – идентификатор, задающий один из двух типов процессорного элемента для реализации элементарного шага лестничной структуры: $id = 'PE0'$ при значении коэффициента $b_1 = 0$, в противном случае $id = 'PE1'$.

Параметр $type$ задает тип элементарного шага, реализуемого PE: $type = 's'$ если это прямой шаг (7), и $type = 't'$ если шаг дуальный (8).

Параметры b_0, b_1 могут принимать значения от «минус» 2^{-1} до «плюс» ($2^{-1} - 1$) и соответствуют значениям квантованных сигналов b_0, b_1 . В случае $id = 'PE0'$ параметр b_1 игнорируется.

Параметр ind_x представляет собой массив из трех чисел, принимающих значения 1,2, либо 3, и определяет порядок суммирования операндов для ПЭ с $id = 'PE1'$.

Параметры $sh_{x1}, sh_{x2}, sh_{s2}$ определяют число арифметических сдвигов для внутренних сигналов процессорного элемента x_1, x_2 и s_2 соответственно.

Для того чтобы разъяснить назначение параметра $delayed$, рассмотрим участок исходного алгоритма (рис. 13), на котором сначала выполняется прямой шаг $s(z) = b_0 + b_1 z$ и далее следует задержка сигнала z^{-1} . Как видно из рисунка, сигнал $z^{-1} Y_e(z)$, который должен быть на выходе всей схемы, уже сформирован внутри процессорного элемента. Поэтому при значении $delayed = 1$ на выход ПЭ выдается не сигнал $Y_e(z)$, а сигнал $z^{-1} Y_e(z)$, что позволяет сэкономить для данной схемы один регистр.

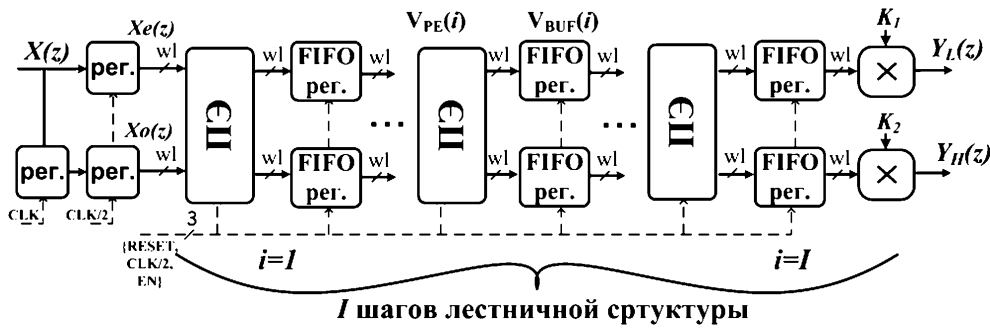


Рис. 12. Структурная схема двухканального банка фильтров на лестничных структурах.

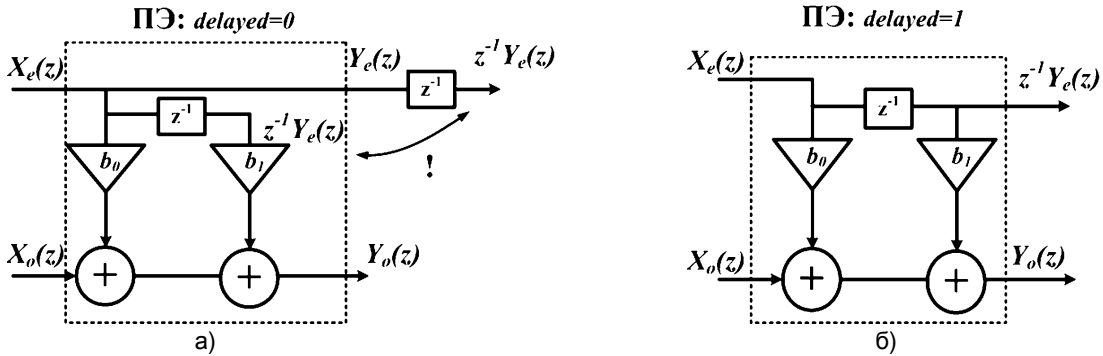


Рис. 13. Структура схема процессорного элемента PE при $delayed = 0$ (а) и $delayed = 1$ (б).

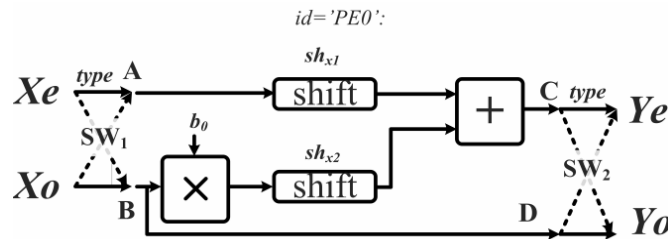


Рис. 14. Структурная схема процессорного элемента при $id = 'PE0'$.

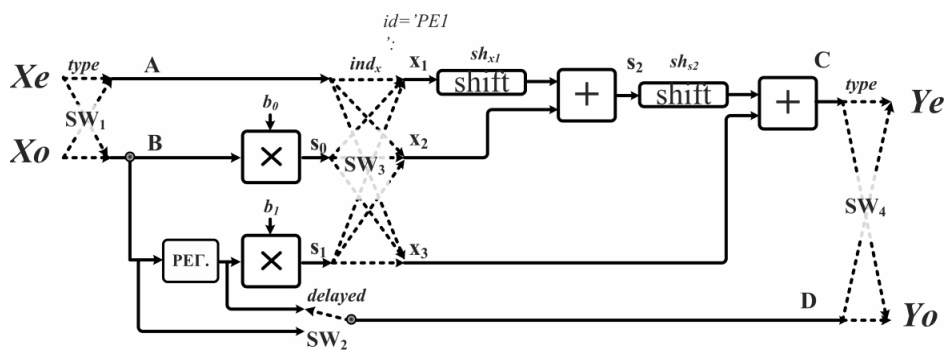


Рис. 15. Структурная схема процессорного элемента при $id = 'PE1'$.

Структурная схема процессорного элемента для случая $id = 'PE0'$ представлена на рис. 14, для $id = 'PE1'$ – на рисунке рис. 15.

Для ПЭ с $id = 'PE1'$ после двух операций перемножения необходимо выполнить суммирование трех операндов. Для увеличения точности вначале суммируются два операнда с меньшими значениями масштабирующих множителей, после чего результат данной суммы складывается с третьим операндом. очередность суммирования опреде-

ляется для каждого ПЭ и задается параметром ind_x .

Отметим, что блоки арифметического сдвига *shift*, а также «коммутаторы» SW_1, SW_2, SW_3, SW_4 не используют аппаратного ресурса системы. Операция арифметического сдвига вправо сводится к смещению сигнальных линий перед подачей их на вход сумматора. А указанные выше коммутаторы в соответствии с параметрами $type, ind_x, delayed$ реализуются в виде замыкания соответствующих линий.



Таким образом, процессорный элемент для случая $id = 'PE0'$ в конечном итоге будет реализован на одном сумматоре и одном умножителе, а процессорный элемент для $id = 'PE1'$ – на двух сумматорах, двух умножителях и регистре задержки. Все используемые элементы имеют разрядность равную wl .

Заключение

Предложенная в работе аппаратная реализация двухканального банка фильтров с использованием арифметики с фиксированной запятой переменного формата позволяет вести высокоскоростную обработку данных в реальном масштабе времени, что достигается благодаря использованию лестничной структуры и, как результат, сокращением числа арифметических операций. Вторая причина высокого быстродействия – применение арифметики с фиксированной запятой. Так для фильтров Добеши Db-6 при реализации на кристалле Virtex-4 xc4vlx25ff668-12 банк фильтров обрабатывает данные, поступающие с тактовой частотой 25 МГц, что при фреймовой обработке и наличии предварительной буферизации для данных (звуковой сигнал с частотой дискретизации 44,1 кГц), позволяет использовать лишь 0,17% от имеющегося временного ресурса, что тем самым высвобождает больше времени для субполосной обработки.

Следует отметить, что предложенная архитектура двухканального банка была применена в динамически реконфигурируемом процессоре пакетного дискретного вейвлет преобразования для аудио кодера [9].

Для быстрого прототипирования структур двухканального банка фильтров разработана среда проектирования в пакете MATLAB, которая осуществляет следующие операции: факторизация полифазной матрицы по заданным коэффициентам НЧ и ВЧ КИХ фильтров; трансляция алгоритма на арифметику с фиксированной запятой; генерирование VHDL-пакета, содержащего значения векторов V_{PE}, V_{BUF}, V_K . В конце файл пакета объединяется с файлами VHDL-описаний составных блоков архитектуры в синтезируемый проект верхнего уровня. Таким образом, данной средой осуществляется переход от фильтров исходного банка к аппаратному

прототипу архитектуры на лестничных структурах, описанному на языке VHDL.

Литература

1. Mallat, S. A wavelet tour of signal processing: 2nd edition / S. Mallat, – Academic Press, 1999 – 637 p.
2. Bellanger, M. Digital filtering polyphase network: Application to sample rate alteration and filter banks / M. Bellanger [and others] // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing – 1977 – V.ASSP-24. – P. 109–114.
3. Sweldens, W. The lifting scheme: A construction of second generation wavelets / W. Sweldens // Siam J. Math. Anal. – 29 (2) (1997). – pp. 511-546.
4. Daubechies, I. Factoring wavelet transforms into lifting steps / I. Daubechies, W. Sweldens, // Journal of Fourier Anal. Appl. – vol. 4, N 3, 1998. – pp. 247-269.
5. Bultheel, A. Linear algebra, rational approximation and orthogonal polynomials / A. Bultheel, M. Van Barel – North-Holland – 1997 – 446 p.
6. Coors, M. Design and DSP implementation of fixed-point systems / M. Coors, and etc. // EURASIP journal on applied signal processing. – 2002:9 – pp. 908-925.
7. Menard, D. Floating-to-fixed-point conversion for digital signal processors / D. Menard, D. Chillet, O. Sentieys // EURASIP journal on applied signal processing. – 2006 Article ID 96421– pp. 1-19.
8. Daubechies, I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets / I. Daubechies // Communications on pure and applied mathematics, – vol. 41, 1988 – pp. 909-996.
9. Petrovsky Al., Krahe D., Petrovsky A. Real-Time Wavelet Packet-based Low Bit Rate Audio Coding on a Dynamic Reconfiguration System / AES 114th conventional, Amsterdam, the Netherlands, 2003 March – 22 p.

THE LIFTING-BASED DUAL CHANNEL FILTER BANK USING FIXED-POINT VARIABLE FORMAT ARITHMETIC

Rodionov M.M., Petrovsky Al. A.

The realization of lifting-based dual channel filter bank by applying fixed-point variable format arithmetic for further ASIC or FPGA implementation is proposed.

УДК 517

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОСТОВЕРНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА

Кравчук А.С., доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры био- и наномеханики Белорусского государственного университета, г. Минск, Беларусь, e-mail: ask_Belarus@inbox.ru

Кравчук А.И., кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры численных методов и программирования Белорусского государственного университета, г. Минск, Беларусь, e-mail: kanzhelika@inbox.ru

Рымуза З., доктор тех. наук, профессор, Institute for Micromechanics and Photonics, Warsaw University of Technology, Sw. A.Boboli 8, 02-525 Warszawa, Poland e-mail: z.rymuza@mchtr.pw.edu.pl

Ключевые слова: дискретное преобразование Фурье, правило Рунге, правило Симпсона, коэффициенты Фурье, цифровой сигнал.

Введение

Измерение массивов физических параметров с помощью цифровых приборов во многих случаях требует применения методов обработки некоррелированных сигналов. Например, применение цифровых профилометров, атомных силовых микроскопов AFM при анализе микро- и нано- геометрии поверхности твердого тела [1, 2]. Однако проблема достоверного перехода от дискретных значений к непрерывной функции является одной из основных при построении математических моделей физических процессов.

Ряды Фурье традиционно используются при анализе цифровых сигналов. В этом случае экстраполяция значений отрезка ряда Фурье выполняется автоматически с помощью условий периодичности. Вместе с тем точность интерполяции связана с числом измеренных значений и правилами аппроксимации функции, используемой для вычислений коэффициентов Фурье. При этом критериев определения точности вычисленных коэффициентов Фурье ранее в публикациях сформулировано не было, хотя указывалось на существование данной проблемы [3, 4]. Известен ряд модификаций дискретного преобразования Фурье, нацеленных на уменьшение числа выполняемых математических операций [4], однако достоверность вычислений в них также не комментируется.

Основные положения теории рядов Фурье

Будем предполагать, что сигнал $f(x)$ является непрерывной функцией на $(0, \ell)$, тогда $f(x)$ принадлежит функциональному пространству $L_2(0, \ell)$ с нормой [5]:

$$\|f(x)\| = \left(\frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} (f(x))^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Пусть при этом будут выполнены условия (рис. 1):

$$f(0) = 0, \quad f(\ell) = 0. \quad (2)$$

Для проверки точности вычисления коэффициентов Фурье с помощью дискретного преобразования Фурье применено правило Рунге. В ходе исследования установлено, что не более 5% от общего числа вычисленных коэффициентов Фурье для простейшей линейной функции имеют относительную погрешность 0.005. Применение правила Симпсона позволяет существенно увеличить количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье для детерминированной функции.

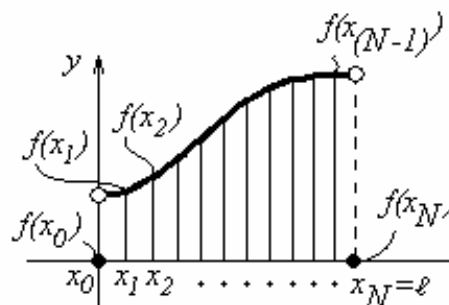


Рис. 1. Функция $f(x)$, дискретное множество ее значений в узловых точках, полученных на равномерном разбиении отрезка интегрирования

Будем также предполагать, что функция $f(x)$ является нечетной на $(-\ell, \ell)$ и периодической с периодом 2ℓ на вещественной оси $(-\infty, \infty)$. В этом случае $f(x)$ может быть представлена в виде сходящегося ряда Фурье [5, 6]:

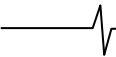
$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{\ell} x\right), \quad (3)$$

где

$$b_k = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} f(x) \cdot \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{\ell} x\right) dx, \quad k = 1, \dots, \infty \quad (4)$$

Дискретное преобразование Фурье. Надежность вычислений

Рассмотрим функцию $f(x)$, удовлетворяющую условиям пункта 1. Будем предполагать, что мы имеем множество значений $f_n = f(x_n)$ в ограниченном числе узловых точек на трассе длиной ℓ с координатами $x_n = n \cdot h$, $n = 0, \dots, N$, где $h = \ell/N$ - однородный шаг разбиения, $(N+1)$ - число узловых точек (рис. 1).



Будем предполагать, что N является четным. Рассмотрим непрерывную аппроксимацию функции $f(x)$ с помощью рядов Фурье на отрезке $[0, \ell]$ принимая во внимание множество дискретных значений $\{(x_n, f_n)\}_{n=0}^N$, где $f_N = f(\ell) = 0$ (2), [6].

Естественно предположить, что верно следующее интерполяционное правило для

$$f(x) \cdot \sin\left(k \frac{\pi}{\ell} x\right), \text{ где } k - \text{фиксированное целое число:}$$

$$f(x) \cdot \sin\left(k \frac{\pi}{\ell} x\right) \approx f_n \cdot \sin\left(k \frac{\pi}{\ell} x_n\right), x \in [x_n, x_{n+1}), n=0, \dots, (N-1). \quad (5)$$

В соответствии с (5) интеграл (4) может быть приближенно вычислен с помощью следующего правила:

$$b_k \approx b_{h,k} = \frac{2}{N} \left(\sum_{n=0}^{N-1} f_n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N} \cdot k \cdot n\right) \right), \quad (6)$$

$$k = 1, \dots, (N-1).$$

Применение интерполяционного правила (5) означает, что правило левых прямоугольников использовано для вычисления коэффициентов Фурье (4). Полученное выражение для $b_{h,k}$ известно еще как дискретное преобразование Фурье (ДФФ).

В справочной литературе [6] указывается, что оно решает проблему тригонометрической интерполяции. Однако проверим, с какой точностью ДПФ вычисляет значения соответствующих коэффициентов. Для этого используем известное и широко применяемое при итерационном вычислении интегралов правило двойного пересчета (правило Рунге). Для этого необходимо обобщить ДПФ (6) на случай вычисления приближенного значения b_k (4) с однородным шагом $\lambda \cdot h$, где $\lambda > 0$ - целое число равно 1 или 2 в зависимости от того, с каким шагом ведется расчет. Рассмотрим множество значений $f(x_n^*)$ в ограниченном числе узловых точек на трассе длиной ℓ с координатами $x_n^* = \lambda \cdot h \cdot n$, $n = 0, \dots, (N/\lambda)$. Очевидно, что $x_n^* = x_{\lambda n}$ и, следовательно,

$$\{(x_n^*, f(x_n^*))\}_{n=0}^{(N/\lambda)} = \{(x_{\lambda n}, f_{\lambda n})\}_{n=0}^{(N/\lambda)}.$$

Тогда (6) может быть записано в виде:

$$b_{\lambda h,k} = \frac{2 \cdot \lambda}{N} \left(\sum_{n=0}^{N/\lambda-1} f_{\lambda n} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N} \cdot k \cdot (\lambda \cdot n)\right) \right), \quad (7)$$

$$k = 1, \dots, (N/\lambda - 1).$$

Известно, что $b_k \approx b_{2h,k}$ с относительной погрешностью η , когда выполнено следующее равенство (правило Рунге):

$$|b_{h,k} - b_{2h,k}| < \eta \cdot |b_{2h,k}|, k = 1, \dots, (N/2). \quad (8)$$

Следовательно, процедуру определения числа $N_{\text{effective}}$ ($N_{\text{effective}} < N/2$) достоверно вычисленных коэффициентов Фурье можно определить следующим образом: необходимо установить пороговое значение относительной ошибки η (8) (например, $\eta = 0.005$) и начиная с $k=1$ последовательно увеличивать k пока не получим число $k = N_{\text{effective}} + 1$, при котором значения $b_{h,(N_{\text{effective}}+1)}$ и $b_{2h,(N_{\text{effective}}+1)}$ не будут удовлетворять неравенству (8).

Следует отметить, что ДПФ в виде (7) можно также получить, используя квадратурное правило трапеции, принимая во внимание условие (2).

Рассмотрим процедуру определения числа $N_{\text{effective}}$ достоверно вычисленных коэффициентов Фурье для следующей функции $f(x)$, определенной на интервале $[0,1]$:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0,1), \\ 0, & x = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Будем предполагать, что функция (9) нечетная на интервале $[-1,1]$ и периодическая на $(-\infty, \infty)$. В этом случае $f(x)$ может быть представлена рядом Фурье. Численный тест по определению достоверно определенных коэффициентов Фурье выполнен для $N = 996$ узловых точек на отрезке $[0,1]$. Установлено, что количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье $N_{\text{effective}} = 44$ (относительная погрешность 0.005), что существенно меньше $N/2 = 498$ (Таблица 1).

Метод увеличения числа достоверно вычисленных коэффициентов Фурье

Многие модификации ДПФ были выполнены для того, чтобы сократить число необходимых математических операций, однако к настоящему моменту нет исследований, посвященных повышению количества достоверно вычисленных коэффициентов Фурье. В предыдущем разделе статьи было установлено, что не более 5% коэффициентов Фурье линейной на отрезке функции имеют относительную ошибку 0.005.

Актуальность данного раздела заключается в том, что в нем представлен метод, позволяющий увеличить в несколько раз количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье. Будем предполагать, что $N = 4 \cdot m$, где m - целое число. В этом случае количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье может быть значительно увеличено с помощью применения правила Симпсона при вычислении интеграла в (4) [6].

Таблица 1.

Определение достоверно вычисленных коэффициентов с помощью ДПФ в виде (7)

k	Точное значение [6] $b_k = (-1)^{k-1} \frac{2}{\pi \cdot k}$	$b_{2h,k}, (7)$	$b_{h,k}, (7)$	$\eta = \frac{ b_{h,k} - b_{2h,k} }{ b_{2h,k} }, (8)$
1	0.63662	0.637	0.637	2.5e-06
2	-0.31831	-0.318	-0.318	9.9e-06
3	0.212207	0.212	0.212	2.2e-05
...
43	0.01481	0.01471	0.01478	0.00461
44	-0.01446	-0.01438	-0.01445	0.00483
45	0.01415	0.01405	0.01412	0.00505
...

Таблица 2.

Применение метода вычисления коэффициентов Фурье, основанного на правиле Симпсона

k	Точное значение [6] $b_k = (-1)^{k-1} \frac{2}{\pi \cdot k}$	$b_{2,h,k}^{Simpson}, (10)$	$b_{h,k}^{Simpson}, (10)$	$\eta = \frac{ b_{h,k}^{Simpson} - b_{2,h,k}^{Simpson} }{ b_{2,h,k}^{Simpson} }, (8)$
1	0.63662	0.6366	0.6366	8.25e-012
2	-0.31831	-0.3183	-0.3183	1.32e-010
3	0.212207	0.2122	0.2122	6.68e-010
...
152	-0.0041883	-0.00421	-0.00419	0.00494
153	0.0041609	0.004183	0.004162	0.00508
154	-0.0041339	-0.004157	-0.004135	0.00522
...

Принимая во внимание условие (2), правило вычисления коэффициентов Фурье (4), с однородным шагом $\lambda \cdot h$ принимает вид:

$$b_k \approx b_{\lambda,h,k}^{Simpson} = \frac{2 \cdot \lambda}{3 \cdot N} \sum_{n=1}^{N/(2\lambda)} \left\{ 4 \cdot f_{\lambda(2n-1)} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N} \cdot k \cdot \lambda \cdot (2 \cdot n - 1)\right) + \right. \\ \left. + 2 \cdot f_{\lambda \cdot 2n} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N} \cdot k \cdot \lambda \cdot 2 \cdot n\right) \right\}, k=1, \dots, (N/\lambda - 1). \quad (10)$$

Анализ вычислительной эффективности формулы (10) в смысле критерия (8) проведен для функции $f(x)$ (9) на отрезке $[0,1]$ и представлен в Таблице 2 ($N = 996$). Очевидно, что метод вычисления (10) позволил увеличить количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье до $N_{\text{effective}} = 152$ (Таблица 2), т.е. практически в 3 раза.

В ходе вычисления коэффициентов Фурье заданного сигнала $f(x)$ по множеству дискретных значений $\{(x_n, f_n)\}_{n=0}^N$, где $f(x_N) = f(\ell) = 0$, с установленной точностью $\gamma = 0.05$ было показано, что можно достоверно (в смысле правила Рунге (8)) вычислить около 10 коэффициентов Фурье. При этом для последовательности дискретных значений, не содержащей выраженного детерминированного сигнала, формулы (7) и (10) имеют приблизительно одинаковую эффективность. Следует также отметить, что достоверно вычисленные коэффициенты Фурье расположены не подряд, как в случае с функцией (9), а вразброс. Остальные коэффициенты Фурье вычислить достоверно не возможно. Повидимому, разность множества дискретных значений и выделенного с помощью правила Рунге гармонического (детерминированного) сигнала может характеризоваться только вероятностными характеристиками (плотностью распределения, моментами произвольного порядка).

Использование известного метода интерполяции функции $f(x)$ с помощью полиномов степени n ($0 < n < N$) [6] не дает должного эффекта, так как в этом случае не возможно отделить достоверно вычисленные коэффициенты исходного сигнала от коэффициентов, обеспечивающих приближение к гипотетически навязанному правилу интерполяции (например, к ступенчатой функции при использовании правила левых прямоугольников).

Заключение

В ходе проведенных исследований установлено, что не более 5% от общего числа вычисленных коэффициентов Фурье для простейшей линейной функции имеют относительную погрешность 0.005. Применение правила Симпсона позволяет существенно увеличить количество достоверно вычисленных коэффициентов Фурье для детерминированной функции.

Использование известного метода интерполяции функции $f(x)$ с помощью полиномов степени n ($0 < n < N$) [7] не дает должного эффекта, так как в этом случае не возможно отделить достоверно вычисленные коэффициенты исходного сигнала от коэффициентов, обеспечивающих приближение к гипотетически навязанному правилу интерполяции.

Для дискретной последовательности значений, не содержащей выраженного детерминированного сигнала, формулы (7) и (10) имеют приблизительно одинаковую эффективность. Следует также отметить, что достоверно вычисленные коэффициенты Фурье расположены не подряд, как в случае с функцией (9), а вразброс. Разность элементов множества дискретных значений, определяющих некоррелированный сигнал, и соответствующих им значений выделенного с помощью правила Рунге гармонического (детерминированного) сигнала может характеризоваться только вероятностными характеристиками (плотностью распределения, моментами произвольного порядка), но не коэффициентами ряда Фурье.

Литература

- Greenwood J.A.; Wu J.J. Surface Roughness and Contact: An Apology // Meccanica, 36, 2001, P. 617–630.
- Persson B.N.J. Elastoplastic Contact between Randomly Rough Surfaces // Physical Review Letters, Vol. 87, N 11, 2001, (116101), 4 p.
- Горинштейн А.М. Численное решение задач радиотехники и техники связи на ЭЦВМ. Москва: Связь 1972
- Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). – Москва: Наука, 1975, 631 с.
- Бари Н.К. Тригонометрические ряды. - Москва: Физматлит, 1961, 936 с.
- Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - Москва: Наука, 1986, 544 с.
- Математическая энциклопедия/ Том 1-5. Редактор: Виноградов И.М. и др. – Москва: Советская энциклопедия, 1977.

CALCULATION OF SURE FOURIER COEFFICIENT OF DIGITAL SIGNAL

A.S. Kravchuk, A.I. Kravchuk, Z. Rymuza

The Runge rule have applied for verification accuracy of calculation of spectrum with help of Fourier Transformation. We have established that no more than 5% of calculated Fourier coefficients for simplest functions have a relative error 0.005. The application of Simpson rule to calculation of Fourier coefficient is allowed raising the number of sure calculated coefficient.

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-ВЕСОВОГО ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ

Глинченко А. С., к.т.н., профессор кафедры «Радиоэлектронные системы» Сибирского федерального университета, e-mail: toa12@yandex.ru

Тронин О. А., ст. преподаватель кафедры «Радиоэлектронные системы» Сибирского федерального университета, e-mail: toa12@yandex.ru

Ключевые слова: частота сигналов, спектральные измерения, частотные выборки, дискретное преобразование Фурье, метод, оценки погрешности.

Математическое обоснование и обеспечение спектрального измерения частоты сигналов

Известен метод цифрового некогерентного измерения частоты комплексных и вещественных периодических сигналов [1] по частотным выборкам (ЧВ) дискретного преобразования Фурье (ДПФ) дискретизированной с частотой дискретизации f_d (периодом $T_d = 1/f_d$) реализации сигнала $x(n)$ конечной длины N , $n = 0, 1, \dots, N - 1$, взвешенной весовой функцией (ВФ) $w(n)$:

$$X(j\lambda_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot w(n) \cdot e^{-j\lambda_k n}, \quad X(jf_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot w(n) \cdot e^{-j f_k n T_d}. \quad (1)$$

Метод основывается на зависимости отношения амплитуд частотных выборок ДПФ $X_k = |X(j\lambda_k)|$, вычисленных на нормированных дискретных частотах $\lambda_k = k \cdot (2\pi/N)$ (или физических частотах $f_k = k \cdot f_d/N$), $k = 0, 1, \dots, (N-1)/2$, от нормированной или физической ($\lambda_c = (2\pi/N) \cdot (k + \alpha)$, $F_c = (f_o/N) \cdot (k + \alpha)$) частоты сигнала, определяемой значениями целой (k) и дробной (α) части числа периодов сигнала на длине реализации N . Значение k в этом методе находится по номеру частотной выборки наибольшей амплитуды X_k , а значение α ($-0,5 \leq \alpha \leq 0,5$) – по одному из отношений амплитуд соседних ЧВ $R_{k+1} = X_{k+1}/X_k$, $R_{k-1} = X_{k-1}/X_k$ (или обобщенно $R_{k\pm 1} = X_{k\pm 1}/X_k$), связанному с α известной функциональной зависимостью (функцией измерения) $\alpha = \psi^{-1}(R_{k\pm 1})$. Она является обратной функции отношения

$$\psi(\alpha, N) = W[(2\pi/N) \cdot (1 - \alpha)] / W[(2\pi/N) \cdot \alpha] = R_{k\pm 1} \quad (2)$$

преобразований Фурье ВФ

Приведены алгоритмы косвенной оценки частоты по отношениям амплитуд частотных выборок дискретного (быстрого) преобразования Фурье взвешенной реализации сигнала. Даны аналитические оценки погрешности измерения частоты вещественных сигналов. Предложены способы повышения точности измерений при реализации их с помощью компьютерных и микропроцессорных вычислительных средств.

$$W(\lambda) = N^{-1} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \cdot e^{-j\lambda n} \cdot e^{j\lambda(N/2)} \quad (3)$$

(частотной характеристики (ЧХ) ВФ) на частотах $\lambda = \Delta\lambda_{k\pm 1} = \lambda_{k\pm 1} - \lambda_c = (2\pi/N)(\pm 1 \mp \alpha)$ и $\Delta\lambda_k = \lambda_k - \lambda_c = -(2\pi/N) \cdot \alpha$, приравненной к отношению амплитуд ЧВ $R_{k\pm 1}$.

Метод непосредственно применим для измерения частоты комплексного гармонического сигнала $x(n) = X_m \cdot e^{j(2\pi F_c n T_d + \varphi)} = X_m \cdot e^{j(\lambda_c n + \varphi)}$, ЧВ ДПФ которого $X(j\lambda_k)$ и их амплитуды X_k определяются как

$$X(j\lambda_k) = X_m \cdot N \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{-j\Delta\lambda_k \frac{N-1}{2}} \cdot W(\Delta\lambda_k), \quad X_k = X_m \cdot N \cdot W(\Delta\lambda_k). \quad (4)$$

Они зависят от амплитуды X_m , начальной фазы φ и частоты F_c (λ_c) сигнала и от значений ЧХ ВФ $W(\Delta\lambda_k)$. На рис. 1, иллюстрирующем данный метод, показаны нормированная ЧХ ВФ $W(\lambda)/W(0)$, смещенная к частоте λ_c , и модули ЧВ ДПФ X_k/N , $X_{k\pm 1}/N$ на частотах λ_k , $\lambda_{k\pm 1}$, которые пропорциональны (или равны при $X_m = 1$) значениям ЧХ ВФ $W(\Delta\lambda_k)$, $W(\Delta\lambda_{k\pm 1})$. В пределах главного лепестка ЧХ ВФ шириной $\Delta\lambda_{\text{гл}} = D \cdot (2\pi/N)$ ($D \geq 4$) на комплексный гармонический сигнал с частотой $\lambda_c = (2\pi/N) \cdot (k + \alpha)$ или $F_c = (f_o/N) \cdot (k + \alpha)$ откликаются D или $D-1$ соседних каналов ДПФ с номерами $k, k \pm 1, k \pm 2, \dots$ (на рис. 1 $D = 4$).

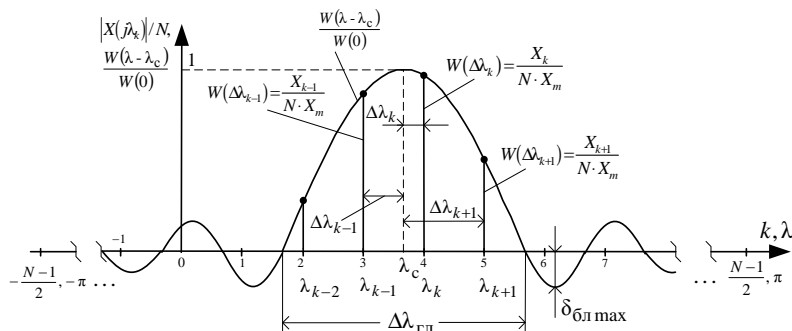


Рис. 1. Отклики каналов ДПФ на комплексный гармонический сигнал с частотой λ_c и амплитудой $X_m=1$ и вид нормированной ЧХ ВФ (для случая $\alpha < 0$)

Оценка α осуществляется по ЧВ $X_{k\pm 1}$ большей амплитуды: $X_{k\pm 1} = \max\{X_{k+1}, X_{k-1}\}$; ей же соответствует и знак $\alpha_n = \psi(R_{k\pm 1})$: $\alpha_n > 0$ при $X_{k\pm 1} = X_{k+1}$ и $\alpha_n < 0$ при $X_{k\pm 1} = X_{k-1}$.

В общем случае функция измерения находится численно путем табулирования и обращения функции отношения $\psi(\alpha, N) = R_{k\pm 1}$ по рассчитанной в соответствии с (3) ЧХ ВФ $W(\theta)$ ($\theta = \lambda / (2\pi/N) = k + \alpha$ – частота в бинах ДПФ) для значений $k = 0, \alpha = 0, \dots, \pm 1, 5$.

При длине ВФ $N > (50 - 100)$ функции отношения (2) практически не зависят от значения N : $\psi(\alpha, N) \approx \psi(\alpha)$, что позволяет для ряда ВФ получить аналитические выражения для функций отношения и измерения, по которым возможно как проведение измерений, так и оценка погрешностей и поиск способов их уменьшения. К ним относятся, в частности, ВФ Ханна, Хэмминга, Блэкмана, Блэкмана-Хэрриса, Наттолла (косинусные ВФ), которые по одному или совокупности своих параметров отвечают конкретным задачам спектральных измерений [2]. Им соответствуют общие описания для ВФ $w(n)$, $n = 0, N - 1$:

$$w(n) = a_0 - a_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{N}n\right),$$

их ЧХ: $W(\theta) = a_0 \cdot \frac{\sin(\theta \cdot \pi)}{\theta \cdot \pi} \frac{1 - b_2 \cdot \theta^2 + b_4 \cdot \theta^4}{1 - 1,25 \cdot \theta^2 + 0,25 \cdot \theta^4}$ (справедливых до $\theta \approx k \leq (0,2 \div 0,3) \cdot (N/\pi)$) и функций отношения:

$$\psi(\alpha) = \frac{(2 + \alpha)1 - b_2 \cdot (1 - \alpha)^2 + b_4 \cdot (1 - \alpha)^4}{(3 - \alpha)1 - b_2 \cdot \alpha^2 + b_4 \cdot \alpha^4} \quad (5)$$

с коэффициентами

$$b_4 = \frac{1}{4 \cdot a_0} (a_0 - a_1 + a_2), \quad b_2 = \frac{1}{4 \cdot a_0} (5 \cdot a_0 - 4 \cdot a_1 + a_2) \quad (\text{табл. 1}).$$

Для ВФ Ханна с учетом ее коэффициентов аналитические выражения ЧХ, функции отношения и функции измерения имеют вид:

$$W(\theta) = 0,5 \cdot \frac{\sin(\theta \cdot \pi)}{\theta \cdot \pi} \left(\frac{1}{1 - \theta^2} \right);$$

$$\psi(\alpha) = \frac{1 + \alpha}{2 - \alpha}; \quad \alpha_n = \pm \frac{2R_{k\pm 1} - 1}{R_{k\pm 1} + 1} \quad (6)$$

Частотная характеристика и функция отношения ВФ Хэмминга определяются как

$$W(\theta) = a_0 \cdot \frac{\sin(\theta \cdot \pi)}{\theta \cdot \pi} \left(\frac{1 - (8/54) \cdot \theta^2}{1 - \theta^2} \right),$$

$$\psi(\alpha) = \frac{(1 + \alpha)}{(2 - \alpha)} \left[\frac{1 - (8/54) \cdot (1 - \alpha)^2}{1 - (8/54) \cdot \alpha^2} \right] \quad (7)$$

(Примечание 1: значения ЧХ ВФ $W(\theta)$ при $\theta=1, \theta=2$ находятся как $W(1) = (a_0/1,5) \cdot (1 - b_2 + b_4)$, $W(2) = (a_0/3) \cdot (1 - 4 \cdot b_2 + 16 \cdot b_4)$).

Быстрое нахождение α_n по неразрешаемым относительно α функциям отношения (5), (7) возможно с помощью эффективного алгоритма вычисления полиномов

$q_0 + q_1 \cdot \alpha + \dots + q_m \cdot \alpha^m = q_0 + \alpha(q_1 + \alpha(\dots + \alpha \cdot q_m) \dots)$ [1], к которым приводятся уравнения $\psi(\alpha) = R_{k\pm 1}$, а при компьютерной реализации – с помощью стандартных функций вычисления их корней.

На рис. 2,а приведены графики функций измерения $\alpha_n = \psi^{-1}(R_{k\pm 1})$ и $\alpha_n = -\psi^{-1}(R_{k-1})$ для ВФ Ханна ($D = 4$), рассчитанные в соответствии с (6).

При ширине главного лепестка ЧХ $D \geq 4$ измерения выполняются по трем ЧВ, отношения амплитуд которых R_{k+1} и R_{k-1} , согласно функции измерения рис. 2, а (сплошные линии), ограничены снизу минимальным значением $R'_{(k\pm 1)\min}$, равным значению функции отношения $\psi(\alpha)$ при $\alpha = 0$. При измерении частоты вещественных сигналов и сигналов в присутствии шумов и помех функции измерения автоматически расширяются до возможных при этом отношений амплитуд ЧВ $R''_{(k\pm 1)\min} = \psi(\alpha)|_{\alpha=-0,5}$ и $R'''_{(k\pm 1)\min} = \psi(\alpha)|_{\alpha=-1}$ (штриховые и штрихпунктирные линии на рис. 2, а). В таблице 2 приведены значения $R'_{(k\pm 1)\min}$, $R''_{(k\pm 1)\min}$ и $R'''_{(k\pm 1)\min}$, рассчитанные по функциям отношения описанных выше ВФ.

Таблица 1

ВФ	a_0	a_1	a_2	b_2	b_4
Ханна	0,5	0,5	0	1/4	0
Хэмминга	0,54	0,46	0	43/108	1/27
Блэкмана	0,42	0,5	0,08	3/28	0
Блэкмана-Хэрриса-3	0,42323	0,49755	0,07922	0,12119	0,00289

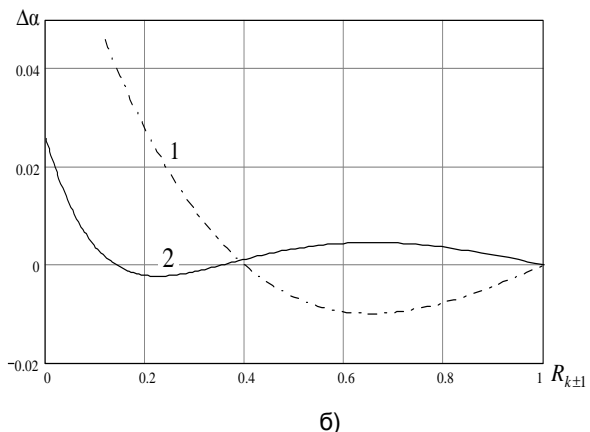
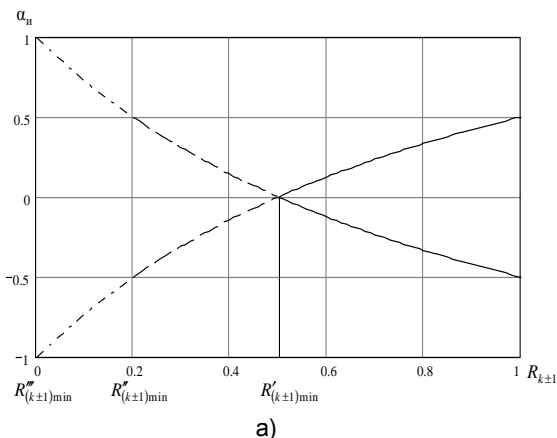


Рис. 2. Графики функции измерения для ВФ Ханна (а) и погрешностей полиномиального приближения функции измерения для ВФ Хэмминга (б)

ВФ	Ханна	Гаусса	Хэмминга	Блэкмана	Блэкмана-Хэрриса-3
$R'_{(k+1)\min}$	0,5	0,45404	0,4259259	0,595238	0,5878
$R''_{(k+1)\min}$	0,2	0,20615	0,1384615	0,33421	0,327854
$R'''_{(k+1)\min}$	0	0,0936	0	0,16	0,159204

При отсутствии аналитических выражений для функций отношения и измерения их приближенные описания могут быть получены путем аппроксимации логарифмической ЧХ ВФ по справочным данным ВФ. Достижимая при этом точность приближения (рис. 2,б) при аппроксимации полиномами 2-го (график 1) и 4-го (график 2) порядка, рассчитанными для ВФ Хэмминга, может быть достаточной для измерения частоты зашумленных сигналов, когда доминирующей является случайная составляющая погрешности.

Измерение частоты вещественных гармонических сигналов

При измерении частоты *вещественного гармонического сигнала* в соответствии с алгоритмом измерения частоты комплексных гармонических сигналов возникает погрешность, вызываемая наложением на измеряемые ЧВ дополнительной спектральной компоненты отрицательной частоты $-\lambda_c$, проходящей через боковые лепестки (БЛ) ЧХ ВФ. Ее влияние определяется вторым слагаемым выражения (8) ДПФ $\tilde{X}(j\lambda_k)$ вещественного гармонического сигнала $\tilde{x}(n) = X_m \sin(\lambda_c n + \varphi)$, отличающим его от ДПФ $X(j\lambda_k)$ (4) комплексного гармонического сигнала (с амплитудой $X_m/2$ и начальной фазой $\varphi - \pi/2$):

$$\tilde{X}(j\lambda_k) = (X_m/2) \cdot N \cdot e^{j(\varphi-\pi/2)} \cdot e^{-j\lambda_k \frac{N-1}{2}} \cdot W(\Delta\lambda_k) - (X_m/2) \cdot N \cdot e^{-j(\varphi+\pi/2)} \cdot e^{-j(\lambda_k+\lambda_c) \frac{N-1}{2}} \cdot W(\lambda_k + \lambda_c) = X(j\lambda_k) + \Delta X(j\lambda_k). \tag{8}$$

Разность амплитуд их ЧВ $\Delta X_k = \tilde{X}_k - X_k$ максимальна по модулю при начальных фазах сигнала $\varphi_{\max 1,2} = \pm(\pi/2) - \pi \cdot \alpha$ или $\varphi_{\max 3,4} = \pi - \pi \cdot \alpha, -\pi \cdot \alpha$ и составляет

$$\Delta X_k = (X_m/2) \cdot N \cdot W(\lambda_k + \lambda_c) = (X_m/2) \cdot N \cdot W[(2\pi/N) \cdot (2k + \alpha)] \tag{9}$$

(минимуму ΔX_k соответствует $\varphi_{\min} = \varphi_{\max} \pm \pi/4$).

Изменение амплитуд ЧВ $\tilde{X}_k, \tilde{X}_{k\pm 1}$ и их отношений

$$\tilde{R}_{k\pm 1} = (X_{k\pm 1} + \Delta X_{k\pm 1}) / (X_k + \Delta X_k) \tag{10}$$

приводит к отличию измеренных $\alpha_n = \psi^{-1}(\tilde{R}_{k\pm 1})$ и истинных значений α , определяющему погрешность оценки нормированной частоты $d\alpha = \alpha_n - \alpha$ (выраженной в долях бина) и относительную погрешность измерения физической частоты $dF/F = d\alpha/(k + \alpha)$. Погрешность зависит от уровня БЛ ЧХ ВФ, скорости их спада и других параметров ВФ, а также от частоты сигнала, т. е. значений k и α .

На рис. 3 приведены рассчитанные односторонние графики зависимости максимальной погрешности $d\alpha$ от α при использовании ВФ Ханна (а) и Хэмминга (б) (определяемые ими возможные значения погрешности заключены в пределах $\pm d\alpha$).

В соответствии с общей закономерностью при увеличении k погрешность наложения уменьшается за счет уменьшения уровня боковых лепестков со скоростью, зависящей от вида ВФ (за исключением погрешности наложения для ВФ Хэмминга при $k=2$, а также ВФ Блэкмана-Хэрриса при малых k , что связано с особенностями первых БЛ их ЧХ). При изменении α в пределах $(0 \pm 0,5)$ уровень бокового лепестка изменяется от нуля при $\alpha = \alpha_0$ до максимального положительного или отрицательного значения при $\alpha = \alpha_m$. При $\alpha = \alpha_0$ погрешность измерения также равна нулю, а при $\alpha = \alpha_m$ близка к максимальной. Значения α_0 и α_m зависят от ширины главного лепестка ЧХ ВФ D и ширины ее БЛ. Для ВФ с шириной главного лепестка, кратной целому числу бин: $D = 2 \cdot r, r = 1, 2, 3, \dots$ и шириной БЛ, равной 1 бину, (ВФ Ханна, Хэмминга, Блэкмана и др.) $\alpha_0 = 0, \alpha_m = 0,5$.

В случае ВФ Ханна с максимальным уровнем БЛ $\delta_{\text{блм}} = -32$ дБ и $D = 4$ уже при $k > 2$ погрешность измерения становится меньше, чем у ВФ Хэмминга с $\delta_{\text{блм}} = -43$ дБ, $D = 4$ за счет более высокой скорости убывания БЛ ее ЧХ (соответственно -18 и -6 дБ на октаву).

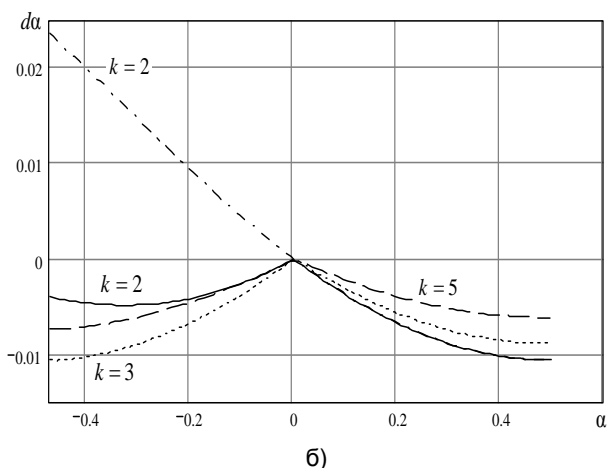
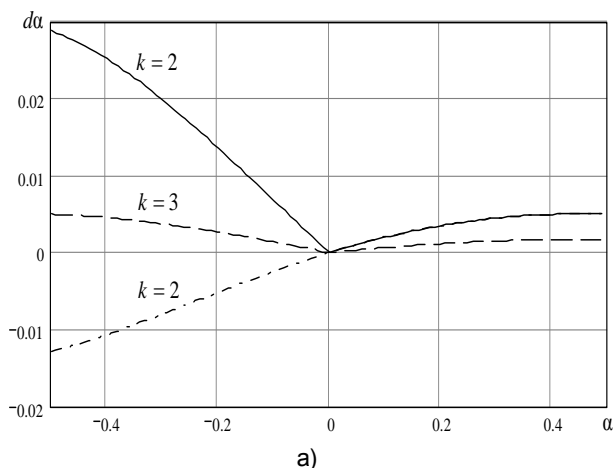


Рис. 3. Графики зависимости погрешности $d\alpha_n$ от α для ВФ Ханна (а) и Хэмминга (б)

Еще меньше погрешность измерения частоты для ВФ Блэкмана и Блэкмана-Хэрриса с $\delta_{\text{блм}} = -58$ дБ при $\nu = -18$ дБ на октаву и $\delta_{\text{блм}} = -67$ дБ при $\nu = -6$ дБ на октаву соответственно. Однако за счет большей ширины главного лепестка их ЧХ ($D = 6$) возрастает минимальное значение числа периодов сигнала $k_{\text{min}} \approx D/2$, по которому возможно измерение частоты при $\alpha > 0$ и $\alpha < 0$, а, следовательно, ухудшается разрешение измерителя частоты для многочастотных (полигармонических) сигналов и помех.

При выполнении соотношений $\Delta X_k \ll X_k$, $\Delta X_{k\pm 1} \ll X_{k\pm 1}$, справедливых для всех ВФ, погрешность наложения $d\alpha$ можно определить аналитически методом малых приращений по функции измерения $\alpha = \psi^{-1}(R_{k\pm 1})$ как $d\alpha = (\partial\alpha/\partial R_{k\pm 1})dR_{k\pm 1}$ и представить путем математических преобразований общим выражением:

$$d\alpha = \left(\frac{\partial\alpha}{\partial R_{k\pm 1}} \right) \frac{W(0)}{W[(2\pi/N)\alpha]}, \quad (11)$$

$$\left\{ \delta_{\alpha} \left[\frac{2\pi}{N}(2k\pm 1 + \alpha) \right] - \delta_{\alpha} \left[\frac{2\pi}{N}(2k + \alpha) \right] \cdot \psi(\alpha, N) \right\}$$

в котором δ_{α} соответствует относительным уровням соседних БЛ ЧХ ВФ, имеющим близкие значения, но противоположные знаки.

С помощью (11) можно найти значение погрешности $d\alpha$ при любых значениях k и α . Для ВФ с максимумом погрешности при $\alpha = \alpha_m = 0,5$ (ВФ с параметром $D = 2 \cdot r$) выражение (11) принимает вид:

$$d\alpha_{(0,5)} = \left(\frac{\partial\alpha}{\partial R_{k\pm 1}} \right)_{(0,5)} \cdot \frac{1}{\delta_{AM}} \Delta_{\alpha}(k),$$

$$\Delta_{\alpha}(k) = \delta_{\alpha} \left[\frac{2\pi}{N}(2k\pm 1 + \alpha) \right] - \delta_{\alpha} \left[\frac{2\pi}{N}(2k + \alpha) \right], \quad (12)$$

где $\Delta_{\alpha}(k)$ – максимальная разность (сумма) соседних БЛ ЧХ ВФ; $\delta_{AM} = W(\pi/N)/W(0)$ – коэффициент паразитной АМ. Знак $\Delta_{\alpha}(k)$ при четном r совпадает со знаком α , при нечетном r – противоположен ему.

Производные $\partial\alpha/\partial R_{k\pm 1}$, имеющие смысл коэффициентов чувствительности, находятся путем дифференцирования функций измерения или отношения: $\partial\alpha/\partial R_{k\pm 1} = [\partial\psi(\alpha)/\partial\alpha]^{-1}$. В таблице 3 приведены значения производных $\partial\alpha/\partial R_{k\pm 1}$, вычисленных при значениях $\alpha = 0; 0,5; -0,5$ для описанных выше ВФ.

Предельную погрешность измерения при $\alpha_m = \pm 0,5$ для ВФ с малым уровнем БЛ (с параметром $D \geq 4$) можно определить по значению максимального БЛ $\delta_{\text{блм}}$, приводимому в справочных данных ВФ:

$$d\alpha_{(\pm 0,5)\text{пред}} = \pm (\partial\alpha/\partial R_{k\pm 1})_{(0,5)} \cdot 2\delta_{\text{блм}}. \quad (13)$$

Однако оценка погрешности (13) является завышенной при $k > k_{\text{min}}$ ($k_{\text{min}} = 1$ при $D = 4$, $k_{\text{min}} = 2$ при $D = 6$), так

как не учитывает скорости спада БЛ, значение которой приводится в справочных данных ВФ [2].

Скорость спада БЛ для большинства ВФ кратна 6 дБ на октаву или в линейных единицах кратна 2, т.е. $\nu = 2^m$, $m = 1, 2, 3, \dots$. С учётом скорости спада сумма соседних БЛ $\Delta_{\text{бл}}(k)$ определяется выражением:

$$\Delta_{\text{бл}}(k) = \pm \delta_{\text{блм}} \left(\frac{(D/2) + 0,5}{2k + 0,5} \right)^m \cdot \left[1 + \left(\frac{2k + 0,5}{2k \pm 1 + 0,5} \right)^m \right]. \quad (14)$$

Первый множитель в (14) представляет относительную амплитуду БЛ, через который происходит наложение на ЧВ X_k , а второе слагаемое в прямых скобках – отношение амплитуд соседних БЛ: k -го и $(k\pm 1)$ -го.

Для ВФ Ханна $m = 3$, $D = 4$, $\delta_{AM} = 0,851$ и для $k = 1$ в соответствии с (14) получаем $d\alpha_{(0,5)} = 0,03$. При $k = 2$ $d\alpha_{(0,5)} = 0,006$; при $k = 5$ $d\alpha_{(0,5)} = 6,75 \cdot 10^{-4}$. Аналитические оценки погрешности достаточно хорошо согласуются с расчетными.

Оценка частоты по расширенным функциям измерения

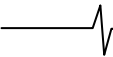
В базовом способе при использовании ВФ с шириной главного лепестка ЧХ $D \geq 4$ оценка α вычисляется по большему из отношений амплитуд ЧВ ДПФ: $R_{k+1} = X_{k+1}/X_k$ или $R_{k-1} = X_{k-1}/X_k$; им же определяется и знак измеренного значения α . При таком способе оценки α наблюдаются более высокие значения погрешности наложения $d\alpha$ в области $\alpha < 0$ (особенно при малых k) (рис. 3).

В то же время с помощью расширенных функций измерения $\alpha = \psi^{-1}(R_{k+1})$, $\alpha = -\psi^{-1}(R_{k-1})$ (рис. 2, а) оценка α возможна по отношению амплитуд одних и тех же ЧВ (желательно R_{k+1}) во всем диапазоне значений $\alpha = 0 \pm 0,5$ и соответствующем ему диапазоне отношений R_{k+1} от $R''_{(k+1)\text{min}}$ до 1. На рис. 3, а, б штрихпунктирной линией показаны графики погрешности $d\alpha$ при оценке значений $\alpha < 0$ по отношению амплитуд ЧВ R_{k+1} для ВФ Ханна и Хэмминга (при $k = 2$). Как видим, погрешность уменьшилась для ВФ Ханна (при $\alpha = -0,5$ $d\alpha \approx -0,013$ вместо 0,03 при оценке α по отношению R_{k-1}). Но для ВФ Хэмминга (рис. 3, б) (как и некоторых других ВФ) уменьшения погрешности не происходит при малых k из-за особенностей первых БЛ их ЧХ, имеющих малую амплитуду.

Аналитически максимальная погрешность $d\alpha$ оценки α по ЧВ R_{k+1} при $\alpha = -0,5$ определяется с помощью выражения (11) путем подстановки в него $R_{k\pm 1} = R_{k+1}$, $\alpha = -0,5$, $\psi(-0,5, N) = R''_{(k+1)\text{min}}$ и вычисления производной расширенной функции измерения $(\partial\alpha/\partial R_{k+1})$ при $\alpha = -0,5$, где в соответствии с графиками рис. 2, а наблюдается ее возрастание (табл. 3) (для ВФ Ханна до $\partial\alpha/\partial R_{k+1}|_{(-0,5)} = 2,083$).

Таблица 3

ВФ	Прямоуг.	Ханна	Гаусса	Хэмминга	Блэкмана	Блэкмана-Хэрриса
$(\partial\alpha/\partial R_{k+1})_{(0,5)}$	0,25	0,75	0,633	0,61	0,98	0,935
$(\partial\alpha/\partial R_{k+1})_{(0)}$	1	1,333	1,395	1,271	1,565	1,5535
$(\partial\alpha/\partial R_{k+1})_{(-0,5)}$	–	2,083	3,072	1,625	1,825	1,902



Логическим развитием данного *способа* является одновременное использование обоих отношений ЧВ $R_{k+1} = X_{k+1}/X_k$ и $R_{k-1} = X_{k-1}/X_k$, в одинаковой степени несущих информацию об измеряемом значении α , которое находится с помощью соответствующих им расширенных функций измерения (рис. 2, а).

В случае вещественного сигнала эти отношения за счёт влияния БЛ изменяют свои значения в одном направлении – либо оба увеличиваются, либо оба уменьшаются. Но соответствующие им функции измерения $\alpha_{и(+)} = \psi^{-1}(R_{k+1})$ и $\alpha_{и(-)} = -\psi^{-1}(R_{k-1})$ имеют противоположные наклоны, в результате чего одна оценка, например $\alpha_{и(+)}$, увеличивается, а другая $\alpha_{и(-)}$ – уменьшается и наоборот. Степень отличия их изменений зависит от скорости уменьшения амплитуд соседних БЛ. По мере удаления от k_{\min} это отличие практически не заметно даже для ВФ с большой скоростью спада БЛ (например, ВФ Ханна).

Определяя $\alpha_{и}$ как среднее значение оценок $\alpha_{и(+)}$, $\alpha_{и(-)}$, т.е. их полусуммой, можно в значительной области значений α скомпенсировать погрешности обеих оценок и повысить тем самым точность оценки $\alpha_{и}$. Математически эта оценка находится как

$$\alpha_{и}^* = \frac{1}{2}(\alpha_{и(+)} + \alpha_{и(-)}) = \frac{1}{2}[\psi^{-1}(R_{k+1}) + \psi^{-1}(R_{k-1})]. \quad (15)$$

Для ВФ Ханна этой оценке соответствуют функция измерения, определяемая выражением:

$$\alpha_{и}^* = \frac{3}{2} \frac{R_{k+1} - R_{k-1}}{(1 + R_{k+1})(1 + R_{k-1})}; \quad (16)$$

Следует отметить, что функции измерения (15), (16) автоматически учитывают и знак $\alpha_{и}^*$.

Для сравнения на рис. 4 приведены графики зависимости погрешности $d\alpha$ по данному способу оценки α

для ВФ Ханна и Хэмминга при тех же k , что и на рис. 3. Они показывают уменьшение погрешности $d\alpha$ как в ограниченной области значений α (для ВФ Ханна при $k=2$), так и при всех значениях $\alpha = 0 \pm 0,5$ для ВФ Ханна, Хэмминга при $k \geq 3$. Поведение погрешности для ВФ Блэкмана и Блэкмана-Хэрриса при малых k подобно соответственно ВФ Ханна и ВФ Хэмминга.

Алгоритм измерения частоты при оценке α данным способом включает: вычисление квадратов модулей ЧВ ДПФ (1), поиск и вычисление амплитуд наибольшей и соседних с ней ЧВ X_k, X_{k+1}, X_{k-1} и их отношений $R_{k+1} = X_{k+1}/X_k, R_{k-1} = X_{k-1}/X_k$; определение по расширенным функциям измерения $\psi^{-1}(R_{k+1}), \psi^{-1}(R_{k-1})$ значений $\alpha_{и(+)}, \alpha_{и(-)}$ и их усреднение в соответствии с (15).

Способы коррекции погрешности наложения

Дальнейшее повышение точности измерения частоты достигается коррекцией погрешности наложения, осуществляемой по первичным оценкам частоты, начальной фазы и амплитуды сигнала $k, \alpha_{и}, \varphi_{и}, X_{m(i)}$ путем вторичной обработки той же считанной реализации сигнала с изменением или без изменения ее длины.

Способы коррекции погрешности наложения путем изменения длины реализации сигнала относительно базового значения N основываются на приведении первичной оценки $\alpha_{и}$ к некоторому значению α_0 , которому соответствует минимальная погрешность оценки α . Отвечающее этому новое значение длины реализации находится как

$$N^* = N + [(i + \Delta\alpha) \cdot n_{т(и)}]_{\text{целое}}, \quad (17)$$

где $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_{и}$, $n_{т(и)} = N/(k + \alpha_{и})$ – число выборок сигнала за период, вычисленное по оценке $\alpha_{и}$.

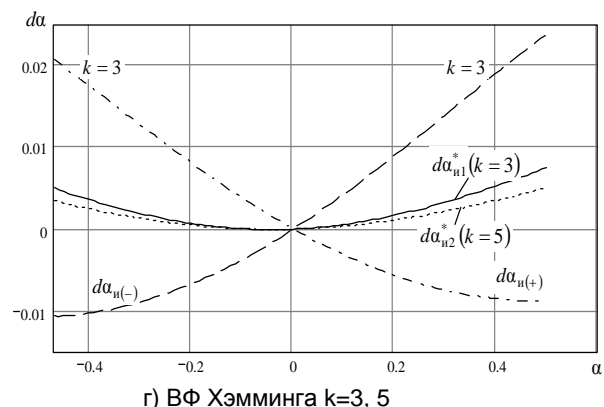
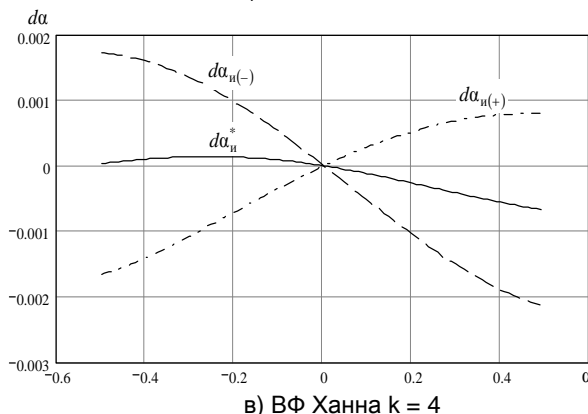
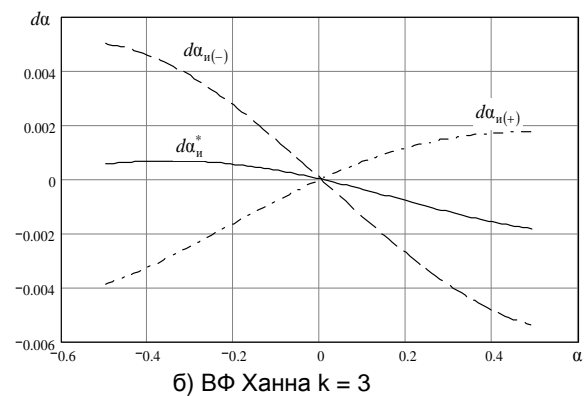
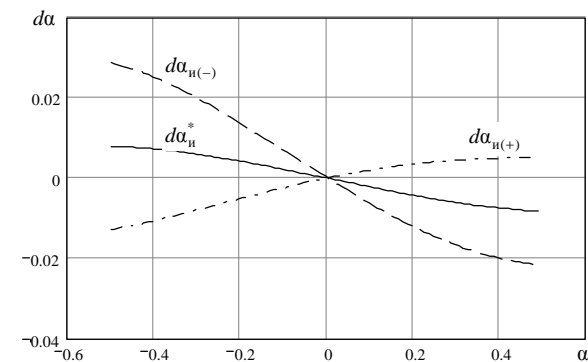


Рис. 4. Графики погрешности $d\alpha^*$ для ВФ Ханна (а, б, в) и ВФ Хэмминга (г)

В качестве индекса $i = i_{\min}, \dots, i_{\max}$ принимается значение $i = i_0$, при котором минимизируется разность

$$\left| (i + \Delta\alpha) \cdot n_{\tau(n)} - \left[i + \Delta\alpha \right]_{\text{цчокр}} \cdot n_{\tau(n)} \right|.$$

Минимальное значение i находится из условия $N^* \geq N$: $i_{\min} = \left[1 - \Delta\alpha \right]_{\text{цч}}$, а максимальное $i_{\max} = \left[(0,5 \cdot N / n_{\tau(n)}) - \Delta\alpha \right]_{\text{цч}}$ – из условия не превышения N^*_{\max} общей считываемой и сохраняемой длины реализации сигнала $x(n)$, принятой равной $N_1 = 1,5N$. Это соответствует считыванию одного дополнительного периода сигнала при $k = 2$.

Приращению ΔN на ± 1 соответствует изменение α на величину $\Delta\alpha_1 = \pm 1 / \left(n_{\tau(n)} \right) \approx \pm k / N$, а путем поиска i в диапазоне $i_{\min}, \dots, i_{\max}$ точность приближения α_n к α_0 повышается до $\pm 1/N$ (при $i = i_0$).

В первом из данных способов первичная оценка α_n приводится к значению $\alpha_0 = 0$, при котором для ВФ с частотами нулей ЧХ ВФ, кратными бину ДПФ (ВФ Ханна, Хэмминга, Блэкмана, Блэкмана-Хэрриса и др.), погрешность наложения теоретически равна нулю. При этом на реализации сигнала длиной N^* укладывается примерно целое число периодов сигнала $k^* \approx N^* / n_{\tau(n)}$.

Во втором способе α_n приводится к значению $\alpha_0 = -(\varphi_n / \pi) \pm 1/4$, соответствующему начальной фазе сигнала $\varphi_{\min} = \varphi_n = -\pi \cdot \alpha_0 \pm \pi/4$, при которой погрешность оценки α минимальна. В этом случае $\Delta\alpha = -(\varphi_n / \pi) \pm 1/4 - \alpha_n$, а знак перед коэффициентом $1/4$ выбирается в соответствии со знаком первичной оценки фазы φ_n .

Степень повышения точности для обоих способов зависит от значения N , определяющего точность приближения α_n к α_0 , от точности первичной оценки α_n , а для способа коррекции по оценке фазы φ_n – от ее точности и значения α_0 , которое является случайным вследствие априорной неизвестности начальной фазы сигнала.

Второй способ коррекции обоснован для ВФ с частотами нулей ЧХ ВФ, некратными бину ДПФ (ВФ Гаусса, Кайзера и др.)

Алгоритм измерения частоты данными способами включает следующие операции: считывается реализация сигнала $x(n)$ длиной $N_1 = 1,5N$; формируется массив выборок $x(n) \cdot w(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, по которому находятся первичные оценки k, α_n, φ_n и вычисляются значения $n_{\tau(n)} = N / (k + \alpha_n)$, $\alpha_0 = -(\varphi_n / \pi) \pm 1/4$, $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_n$ (для первого способа $\alpha_0 = 0$), $i_{\min} = \left[1 - \Delta\alpha \right]_{\text{цч}}$, $i_{\max} = \left[(0,5 \cdot N / n_{\tau(n)}) - \Delta\alpha \right]_{\text{цч}}$; находится значение $i = i_0$, минимизирующее разность

$$\left| (i + \Delta\alpha) \cdot n_{\tau(n)} - \left[i + \Delta\alpha \right]_{\text{цчокр}} \cdot n_{\tau(n)} \right|;$$

по выражению (17) вычисляется новое значение N^* ; формируется реализация $x(n) \cdot w(n)$, $n = 0, 1, \dots, N^*-1$, по которой и вычисляются вторичные оценки $k^*, \alpha_n^*, \varphi_n^*$ и измеренное значение частоты сигнала: $\lambda_{c(n)} = (2\pi/N^*)(k^* + \alpha_n^*)$ или $F_{c(n)} = (f_d / N^*)(k^* + \alpha_n^*)$.

В таблице 4 приведены значения погрешности $d\alpha_{n1}$, соответствующие первому способу коррекции оценки $\alpha_{n(+)}$ для ВФ Ханна при $N = 100, k=2$, которые меньше погрешности первичной оценки $d\alpha$ в 10 и более раз.

Недостаток способов повышения точности с коррекцией длины реализации сигнала заключается в необходимости повторного взвешивания и вычисления ДПФ реализаций сигнала разной длины.

В следующих двух способах вторичные оценки параметров сигнала находятся без изменения длины обрабатываемой реализации сигнала.

Первый из них основывается на компенсации погрешности наложения, определяемой вторым слагаемым $\Delta X(j\lambda_k)$ в выражении (8) ДПФ вещественного гармонического сигнала. Его можно приближенно найти по первичным оценкам параметров сигнала $k, \alpha_n, \varphi_n, X_{m(n)}$ вычислением ДПФ взвешенного комплексного гармонического сигнала $x_{(-)}(n) = (X_{m(n)} / 2) \exp\{-j[(2\pi/N)(k + \alpha_n) + \varphi_n + \pi/2]\}$ с частотой $-\lambda_c = -(2\pi/N)(k + \alpha_n)$:

$$X_{(-)}(j\lambda_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{(-)}(n) \cdot w(n) \cdot e^{-j(2\pi/N)k \cdot n}, k = \overline{0, N-1}.$$

В результате сложения $X_{(-)}(j\lambda_k)$ с ДПФ вещественного гармонического сигнала $X(j\lambda_k)$, $k = \overline{0, N-1}$, получается спектр $X_{(+)}(j\lambda_k) = X(j\lambda_k) + X_{(-)}(j\lambda_k)$, приближенно соответствующий ДПФ комплексного гармонического сигнала

$x_{(+)}(n) = (X_{m(n)} / 2) \exp\{-j[(2\pi/N)(k + \alpha_n) + \varphi_n + \pi/2]\}$. По ДПФ $X_{(+)}(j\lambda_k)$ и находятся уточненные оценки параметров сигнала $k^*, \alpha_n^*, \varphi_n^*, X_{m(n)}^*$ с частично скорректированной погрешностью наложения. Степень повышения точности оценок параметров сигнала данным способом зависит от погрешности их первичных оценок. Способ непосредственно применим для любых ВФ и любых оценок нормированной частоты $\alpha_{(+)}, \alpha_{(-)}, (\alpha_{(+)} + \alpha_{(-)})/2$.

Алгоритмически более сложно (и менее точно) он реализуется функцией «Extract Single Tone Information» среды графического программирования Lab VIEW [3] по приближенным выражениям для ЧХ ВФ Ханна и базовому способу оценки α . Получаемая погрешность оценки α_n при $k=2$ составляет порядка $10^{-4} - 10^{-5}$.

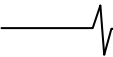
Второй способ повышения точности оценок заключается в смещении спектра вещественного сигнала $X(j\lambda_k)$ на частоту $(2\pi/N) \cdot \alpha_n$ путем умножения его взвешенной реализации на комплексный гармонический сигнал $\exp[j(2\pi/N)\alpha_n \cdot n]$. По вычисленному ДПФ их произведения

$$X^*(j\lambda_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot w(n) \cdot e^{j(2\pi/N)\alpha_n \cdot n} \cdot e^{-j\lambda_k \cdot n}, k = \overline{0, (N-1)/2}$$

и находятся уточненные оценки параметров сигнала $k^*, \alpha_n^*, \varphi_n^*, X_{m(n)}^*$.

Таблица 4

α	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$d\alpha$	-0.0123	-0.0107	-0.0080	-0.0051	-0.0024	0,002	0,0035	0,0045	0,0050	0,005
$d\alpha_{n1}$	$-8,3 \cdot 10^{-4}$	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	$-1,6 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$	$-8,8 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$-6,7 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	0
$d\alpha_{n2}$	$-6,4 \cdot 10^{-4}$	$-5,2 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-5}$	$-4,3 \cdot 10^{-5}$	$-7,6 \cdot 10^{-5}$	$6,6 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$-4,6 \cdot 10^{-5}$
$d\alpha_{n3}$	$-3,2 \cdot 10^{-5}$	$-2,6 \cdot 10^{-5}$	$-2 \cdot 10^{-5}$	$-4 \cdot 10^{-6}$	$-1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$-1 \cdot 10^{-6}$



Повышение точности оценок данным способом обусловлено тем, что зеркальная компонента спектра сигнала отрицательной частоты смещается к ближайшему нулю ЧХ ВФ и частично подавляется им.

Данный способ является алгоритмически наиболее простым, так как включает два идентичных цикла обработки сигнала и позволяет проводить измерения с разными ВФ. Его, как и другие способы коррекции погрешности наложения, можно применять многократно к одной и той же реализации сигнала для повышения точности измерения по уточненным вторичным оценкам параметров сигнала.

Значения погрешности этого способа для ВФ Ханна при $N = 100$, $k=2$, полученные по одной ($d\alpha_{и2}$) и по двум ($d\alpha_{и3}$) уточняющим итерациям, приведены в табл. 4 и имеют достаточно малые значения.

Измеренные значения начальной фазы и амплитуды сигнала могут быть найдены совместно с оценкой частоты по ЧВ $X(j\lambda_k)$ наибольшей амплитуды:

$$\varphi_{и} = \arg \{ X(j\lambda_k) \} + \pi/2 - \pi \cdot \alpha_{и};$$

$$X_{м(и)} = [2 \cdot X_k] / \{ N \cdot W[(2\pi/N) \cdot \alpha_{и}] \}.$$

Значение ЧХ ВФ находится как

$$W[(2\pi/N) \cdot \alpha_{и}] = N^{-1} \cdot \left| \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \cdot e^{-j(2\pi/N) \cdot \alpha_{и} \cdot n} \right|.$$

Заключение

Таким образом, сочетая эффективные способы первичной оценки дробной части частоты α (выраженной в бинах) и способы повышения ее точности путем вторичной обработки той же считанной реализации сигнала, можно обеспечить высокую точность спектрального измерения частоты чистых вещественных гармонических сигналов. Эти способы в разных сочетаниях также дают хорошие результаты и при измерении частоты основной и высших гармоник комплексных и вещественных полигармонических сигналов при использовании соответствующих ВФ.

Рассмотренные в работе способы оценки частоты по отношению амплитуд соседних ЧВ, ближайших к измеряемой частоте сигнала (известные и новые), реализованы в измерителе параметров сигналов на базе персональной ЭВМ (сопрягаемой с источником сигналов

через устройство сбора данных NI M6251), обеспечивающем измерение в диапазоне частот до 200 кГц. Программное обеспечение измерителя создано в среде *Lab VIEW*. Оно предусматривает выбор способа оценки частоты, вида ВФ, числа выборок и частоты дискретизации сигнала, источника сигнала – внешнего или внутреннего (в режиме моделирования), статистическую обработку результатов измерений, а также совместное спектральное измерение амплитуды и фазы сигнала в соответствии с методами, изложенными в [4]. Полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими.

Литература

1. Real-time high accuracy measurement of multifrequency waveforms. Narduzzi C., Offelli C. "IEEE Trans. Instrum. and Meas.", 1987, 36, №4, 964-970. (Контрольно-измерительная техника/ экспресс-информация// М.: ВИНТИ, 1990, №2).
2. Хэррис, Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье / Ф. Дж. Хэррис // ТИИЭР, т. 66. 1978. №1.
3. Суранов А. Я. Lab VIEW 8.20: Справочник по функциям. – М.: ДМК Пресс, 2007.
4. Глинченко, А. С. Измерение параметров сигналов в системах низкочастотной индуктивной электроразведки / А. С. Глинченко, О. А. Тронин // Датчики и системы. –2009. – № 9. – С. 14-18.

RESEARCH OF SPECTRAL MEASUREMENT OF WEIGHTED SIGNALS FREQUENCY

Glinchenko A. S., Tronin O. A.

In article algorithms for an indirect measurement of a signal frequency under ratios of amplitudes frequency samples of the discrete (or fast) Fourier transform of a weighed signal are resulted, analytical estimations of a real signals frequency measurement error are given, ways of measurements accuracy rise by means of computer and microprocessor computing resources are offered.

Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на второе полугодие 2010 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: 107031, г. Москва, Рождественка, 6/9/20, стр. 1, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dsra.ru.

Справки по телефонам: (495) 621-71-08, 621-06-10.

Факс: (495) 621-16-39.

E-mail: nto.popov@mtu-net.ru

tor@rgta.ryazan.ru

УДК 681.3

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГМА-ДЕЛЬТА МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ЗВУКОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

Чуфаров И.Г., инженер-программист, e-mail: 23174harry@mail.ru.

Ключевые слова: цифровая звукозапись, сигма-дельта модуляция, обработка сигналов, децимация, интерполяция, моделирование, шум квантования.

Введение

В современном мире звукозаписи существует две взаимно противоположные тенденции. Одна из них — это стремление к как можно меньшему объему хранимых данных. При этом важное значение имеет введение предварительной и постобработки записываемого сигнала. Так, например, адаптивная обработка, предложенная в [1,2], позволяет производить оцифровку и воспроизведение звука с наименьшими искажениями, за счёт подобранных параметров адаптивного алгоритма.

Вторая тенденция — это повышение качества за счет увеличения объема звуковой информации. Пример таких решений — DVD-Audio и SACD. В свете появления носителей большей вместимости, например Blu-Ray, а также в результате исследований [3,4], была предложена принципиально новая методика звукозаписи с использованием сигма-дельта модуляции DMS-SDM [5].

Суть предлагаемой технологии цифровой звукозаписи — использование мультибитного сигма-дельта модулированного сигнала непосредственно с выхода многоразрядного сигма-дельта модулятора. При этом частота дискретизации сохраняемого сигнала должна соответствовать частоте, на которой работает сигма-дельта модулятор. Учитывая сложность обработки сигма-дельта модулированных сигналов, важным вопросом является её адекватная реализация.

Сложность обработки сигма-дельта модулированных сигналов

Классическая теория цифровой обработки сигналов звукового диапазона частот исходит из предположения, что обрабатываемый сигнал оцифрован с частотой вдвое превышающей максимальную частоту полезного сигнала. На практике же, в большинстве случаев, при аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразовании используется сигма-дельта модуляция с избыточной частотой дискретизации.

Переход от сигма-дельта модулированного сигнала с избыточной частотой дискретизации к сигналу с Найквистовской частотой дискретизации осуществляется путём децимации. В результате элайзинга шум может просачиваться в область с полезным сигналом. Для предотвращения подобного эффекта перед понижением частоты дискретизации используется фильтрация. Фильтрация, так

Предлагается технология цифровой звукозаписи с использованием мультибитного сигма-дельта модулированного сигнала непосредственно с выхода многоразрядного сигма-дельта модулятора. Проведенные исследования показали, что данный способ сохранения информации звукового сигнала обеспечивает лучшие характеристики как по сравнению с традиционными форматами PCM, так и с 1-битным DSD. Отражены результаты исследований, свидетельствующие о возможности обработки сигма-дельта модулированного сигнала DMS-SDM и сохранении результата с качеством, не уступающим 32-битному PCM.

или иначе, в большей или меньшей степени, приводит к искажению полезного сигнала.

Первыми отказаться от децимации предложили компании Sony и Phillips, разработавшие методику записи прямого цифрового потока DSD (Direct Stream Digital), реализованную в SACD [6]. Суть идеи — запись в формате 1 бит 2,8224 МГц. При этом основной акцент в рекламной кампании и технических публикациях ставился именно на использование 1-битного формата (был даже организован 1-битный консорциум). Тем не менее, серьезная техническая проблема, с которой столкнулись разработчики аппаратуры, реализующей новый формат — невозможность цифровой обработки сигнала с сохранением 1-битного представления.

Для цифровой обработки DSD сигналов был введен формат DXD [7]. Параметры формата — 24 бита, 352,8 кГц. Таким образом, идея отказа от децимации была отвергнута. При этом 1-битный DSD сигнал для обработки должен быть сконвертирован с 8-кратной децимацией. После обработки, разумеется, должно осуществиться обратное преобразование в DSD формат с использованием 1-битного сигма-дельта модулятора.

Практические результаты, полученные в [8,9], показывают, что деградация качества сигнала в результате подобных преобразований весьма существенна.

Существуют и другие объективные недостатки DSD формата. С момента внедрения стандарта 1-битные сигма-дельта АЦП и ЦАП морально устарели, распространение как в профессиональной, так и бытовой технике приобрели мультибитные сигма-дельта АЦП и ЦАП. Поэтому называть сегодня DSD формат прямоточным или форматом без преобразования оцифрованного сигнала уже нельзя.

В [5] предложен новый метод высококачественной цифровой звукозаписи с использованием мультибитной сигма-дельта модуляции. Проведенные в [5] исследования показали, что данный способ сохранения информации после аналого-цифрового преобразования сигналов звукового диапазона частот, названный DMS-SDM (Direct Multibit Stream from Sigma-Delta Modulator — прямой мультибитный поток с сигма-дельта модулятора), обеспечивает лучшие характеристики как по сравнению с традиционными форматами PCM, так и в сравнении с 1-битным DSD.



Рис. 1. Схема цифровой обработки сигма-дельта модулированного сигнала

Однако, чтобы говорить о серьезной практической применимости нового формата, требуется определить, возможна ли в принципе цифровая обработка сигма-дельта модулированного сигнала звукового диапазона частот с качеством, как минимум не худшим чем при обработке сигнала в PCM форме.

Сложность обработки сигма-дельта модулированного сигнала заключается в необходимости повторной сигма-дельта модуляции после произведенных преобразований (рис. 1).

Из схемы видно, что в процессе цифровой обработки (например, при типичном случае фильтрации) увеличивается разрядность сигнала. Этот эффект является следствием перемножения коэффициентов фильтра и отсчетов дискретного сигнала в конкретные моменты времени.

Обеспечить сохранение разрядности обрабатываемого сигнала можно было бы, ограничив уровень входного сигма-дельта модулированного сигнала и разрядность коэффициентов фильтра. Но это соответствовало бы уменьшению эффективной разрядности сигнала, определяемой по динамическому диапазону, так что такой вариант является неприемлемым.

Для уменьшения разрядности до исходной, после обработки сигнала необходимо произвести усечение бит. При этом простое отбрасывание разрядов приведет к неприемлемому шуму квантования, поэтому применяется повторная сигма-дельта модуляция с формированием шума.

Более того, как отмечается в [10–12], при обработке сигнала необходимо оперировать количеством разрядов, как минимум не меньшим, чем эффективная разрядность сигнала, определяемая динамическим диапазоном. Это значит, что сигнал с динамическим диапазоном порядка 120 дБ необходимо подвергать цифровой обработке с разрядностью не менее 20 бит, независимо от частоты дискретизации.

Величина погрешности, которая возникает при двойной сигма-дельта модуляции, определяет применимость формата данных для цифровой обработки.

На практике установлено, что 1-битное сигма-дельта модулированное представление сигнала с частотой дискретизации 2,8224 МГц (DSD) обеспечивает неудовлетворительные результаты с точки зрения двойной сигма-дельта модуляции при цифровой обработке.

Поскольку предложенная в [5] технология обеспечивает существенно лучшие характеристики сигнала по сравнению с 1-битной, логично предположить, что двойная сигма-дельта модуляция системы DMS-SDM не приводит к такой деградации качества сигнала, как при 1-битной сигма-дельта модуляции.

Математическая основа цифровой обработки сигма-дельта модулированных сигналов

Как уже было сказано выше, на качество цифровой обработки сигма-дельта модулированных сигналов большое влияние оказывает повторная сигма-дельта модуляция.

На рис. 2. приведена общая топология сигма-дельта модулятора [13]. Под Q в данной схеме подразумевается блок квантования, U и V соответственно входной и выходной сигналы модулятора, Y — квантуемый сигнал, а L_0 , L_1 — соответствующие передаточные характеристики фильтров в z -области.

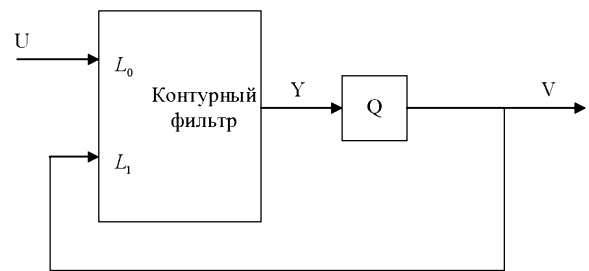


Рис. 2. Общая топология сигма-дельта модулятора

Сигнал на выходе модулятора при такой модели будет представлен следующим образом:

$$Y(z) = L_0(z) \cdot U(z) + L_1(z) \cdot V(z) \quad (1)$$

Произведя несложные преобразования, можно переписать данное выражение следующим образом:

$$V(z) = \frac{L_0(z)}{1-L_1(z)} \cdot U(z) + \frac{1}{1-L_1(z)} \cdot E(z) = STF(z) \cdot U(z) + NTF(z) \cdot E(z), \quad (2)$$

где

$$STF(z) = \frac{L_0(z)}{1-L_1(z)}, \quad (3)$$

$$NTF(z) = \frac{1}{1-L_1(z)}.$$

Здесь $STF(z)$ и $NTF(z)$ — соответственно передаточные функции относительно преобразования сигнала и шума модулятора.

Фундаментальное значение для определения характеристик, прежде всего шумовых и динамических, имеет выбор передаточной функции по отношению к шуму (NTF — Noise Transfer Function). Данная характеристика показывает, каким именно образом будет отфильтрован шум. В общем случае передаточная функция определяется выражением:

$$NTF(z) = \prod_{i=1}^N \frac{z - z_i}{z - p_i}, \quad (4)$$

где z_i — нули, а p_i — полюса передаточной функции формирователя шума.

Согласно теореме Герциона-Кравена [14], при уменьшении шума в одной полосе частот, в оставшейся полосе шум будет пропорционально увеличен таким образом, что при линейном масштабе по оси частот и логарифмическом по оси амплитуд площади, ограниченные АЧХ, будут равны (рис. 3).

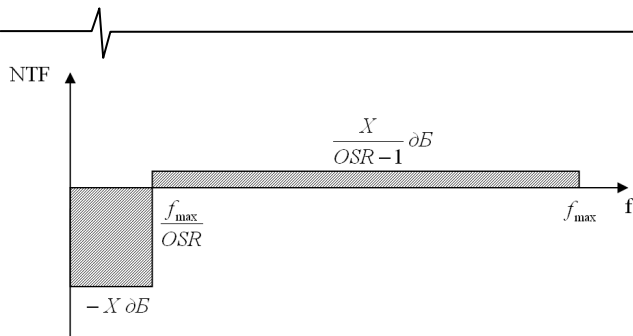


Рис.3. Теоретическая АЧХ формирователя шума

На данном графике OSR — коэффициент избыточной дискретизации (Over Sampling Ratio), X — степень подавления шума в рабочей полосе, f_{max} — максимальная рабочая частота сигма-дельта модулятора, равная половине частоты дискретизации.

Вид передаточной функции $NTF(z)$ определяется видом фильтра. Таким образом, шумовые характеристики конкретного сигма-дельта модулятора зависят от типа аппроксимации теоретической АЧХ, от выбора параметров степени подавления шума X и коэффициента избыточной дискретизации OSR . Кроме того, разумеется, значительное влияние оказывает выбор разрядности квантователя.

Максимальное усиление вне рабочей полосы, равное $X/(OSR-1)$, определяется бесконечной нормой передаточной функции относительно шума:

$$\|H\|_{\infty} = \max_{\omega} |H(e^{j\omega})|, \quad (5)$$

где

$$H(z) = NTF. \quad (6)$$

Максимально возможное ослабление в рабочей полосе при фиксированном коэффициенте избыточной дискретизации определяется максимально возможным усилением вне рабочей полосы, не приводящим к неустойчивости модулятора.

Для 1-битного сигма-дельта модулятора условие устойчивости определяется выражением:

$$\|H\|_{\infty} = \max_{\omega} |H(e^{j\omega})| < 1,5. \quad (7)$$

Таким образом, 1-битное представление не позволяет использовать формирователь шума с уровнем усиления шума вне рабочей полосы большим, чем 3,52 дБ. Это ограничивает возможность увеличения динамического диапазона системы при фиксированном значении коэффициента избыточной дискретизации.

Ограничения по усилению вне рабочей полосы для многобитного сигма-дельта модулятора имеют несколько иной вид. Модулятор с квантователем разрядностью M будет устойчив для любого воздействия, удовлетворяющего условию:

$$\max_n |u(n)| \leq M + 1 - \|h\|_1, \quad (8)$$

где

$$\|h\|_1 = \sum_{n=0}^{\infty} |h(n)|. \quad (9)$$

Под $h(n)$ подразумевается обратное z-преобразование от передаточной функции относительно шума. Соответственно, именно вид данной передаточной

функции должен обеспечивать с одной стороны достаточное ослабление шума в рабочей полосе, а с другой — приемлемое значение нормы $\|h\|_1$, которая обуславливает ограничение динамического диапазона сверху.

Моделирование обработки сигма-дельта модулированного сигнала

В качестве объектов моделирования были выбраны три сигма-дельта модулятора.

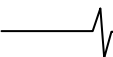
1. Сигма-дельта модулятор DSD, используемый в SACD. Согласно материалам Sony и Philips, в качестве сигма-дельта модулятора используется система с 1-битным квантователем и фильтром формовки шума 7-го порядка. В ходе моделирования был синтезирован сигма-дельта модулятор подобный тому, что используется при записи SACD.

Целью моделирования данной системы было установление факта несовершенства самой методики кодирования, а не какой либо конкретной её реализации в устройствах записи и воспроизведения DSD.

2. Стандартный мультибитный сигма-дельта модулятор подобный тем, что используются ведущими производителями при производстве микросхем АЦП и ЦАП. Данный вариант предусматривает использование 5-битного квантования и фильтра формовки шума 3-го порядка. Характеристики таких сигма-дельта модуляторов широко известны. Цель моделирования — проверка верности построенной математической модели путем сравнения полученных результатов с уже известными.

3. Сигма-дельта модулятор DMS-SDM. Поскольку формат DMS-SDM подразумевает использование разрядности и частоты дискретизации наиболее совершенных из существующих аппаратных устройств АЦП и ЦАП, была, как и во втором случае, использована модель с 5-битным квантователем. Тем не менее, современные преобразователи всё ещё не обеспечивают истинно даже 24-битного динамического диапазона 144 дБ. Но поскольку рассматриваемая модель не привязана к аппаратной реализации, и вся обработка производится в цифровом виде, была поставлена задача синтеза фильтра формовки шума, обеспечивающего более низкий уровень шума квантования, чем современные микросхемы. В частности, был применен фильтр 7-го порядка, причем, учитывая отсутствие ограничений, свойственных 1-битной сигма-дельта модуляции, был использован фильтр с более сильным ослаблением шума в рабочей полосе частот. Цель моделирования — определение возможности сигма-дельта модуляции с шумовыми характеристиками лучшими, чем при использовании DSD или современных микросхем АЦП и ЦАП.

Каждый из сигма-дельта модуляторов был промоделирован при различных значениях коэффициента избыточной дискретизации $OSR=64$, $OSR=32$ и $OSR=16$. На вход сигма-дельта модулятора подавалось синусоидальное колебание амплитудой половины полной шкалы системы. Для выходного сигнала модулятора строился его спектр и вычислялось значение соотношения сигнал-шум в рабочей полосе частот. При этом графики строились в нормированных единицах. За единицу была принята частота дискретизации сигма-дельта модулятора. По оси амплитуд за 0 дБ был выбран максимально возможный для



разрядности модулятора уровень сигнала.

Результат моделирования 1-битного сигма-дельта модулятора 7-го порядка показан на рис. 4.

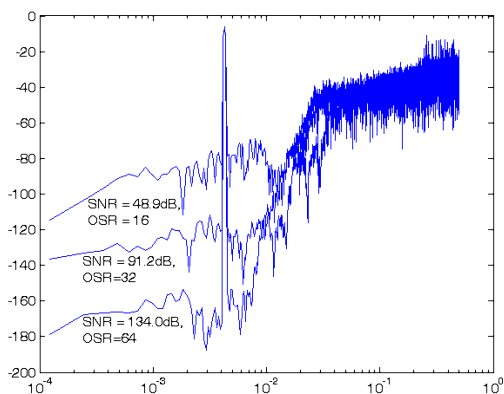


Рис. 4. Результат моделирования 1-битного сигма-дельта модулятора 7-го порядка

Следует отметить, что в случае частоты дискретизации сигма-дельта модулятора, равной 2,8224 МГц (стандарт DSD 2.8, используется в SACD), OSR=16 соответствует рабочей частотной полосе до 88,2 кГц, OSR=32 — полосе до 44,1 кГц и OSR=64 — полосе до 22,05 кГц. Из данного факта следует, что в целом формат может обеспечить порядка 130 дБ соотношения сигнал-шум в полосе до 22,05 кГц, порядка 90 дБ — в полосе до 44,1 кГц, либо порядка 50 дБ — в полосе до 88,2 кГц. Как это ни поразительно, данные ошеломляющие результаты вполне согласуются с полученными на практике [8].

Неизбежные отличия конкретных реализаций формата в различных продуктах обуславливаются различным выбором фильтра и коэффициента избыточной дискретизации. В частности, судя по графикам шума в [8] был использован формирователь шума, полученный для значения OSR=64. При этом нет никаких требований ограничения максимальной частоты рабочего диапазона именно $f_s/64$. Можно синтезировать $NTF(z)$ с оптимизацией нулей и полюсов для OSR=64 и использовать сигма-дельта модуляцию с 16-кратной избыточностью частоты дискретизации. При этом в полосе до $f_{max}/64$ будет расчетное соотношение сигнал шум, а в полосе $f_{max}/16$ меньшее, но, возможно, технически приемлемое значение. Судя по всему, именно так и поступили разработчики DSD-рекордера KORG MR-1000, обзор которого содержится в [8].

Результат моделирования 5-битного сигма-дельта модулятора 3-го порядка, наиболее типичного для современных микросхем АЦП и ЦАП [15–19], представлен на рис. 5.

В случае, если частота дискретизации сигма-дельта модулятора равна 6,144 МГц (типичное значение, принятое в современных микросхемах АЦП и ЦАП), OSR=16 соответствует рабочей частотной полосе до 192 кГц, OSR=32 — полосе до 96 кГц и OSR=64 — полосе до 48 кГц. Из данного

факта следует, что в целом типичное сигма-дельта преобразование, используемое в современных микросхемах, может обеспечить порядка 140 дБ соотношение сигнал-шум в полосе до 48 кГц, порядка 120 дБ — в полосе до 96 кГц, либо порядка 95 дБ — в полосе до 192 кГц.

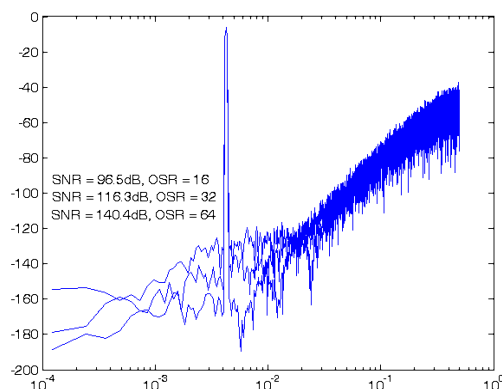


Рис. 5. Результат моделирования наиболее типичного для современных микросхем АЦП и ЦАП 5-битного сигма-дельта модулятора 3-го порядка

Следует отметить, что данный результат в целом также соответствует известным результатам и конкретным реализациям микросхем.

Самые лучшие результаты получаются при моделировании DMS-SDM сигма-дельта модулятора 7-го порядка, использующего 5-битное квантование. На рис. 6 приведен вид передаточной функции относительно шума в полосе с полезным сигналом при OSR=32.

Пунктирной линией показан уровень ослабления шума квантования в полезной полосе частот. Нетрудно подсчитать, что для этого случая усиление вне рабочего диапазона составит порядка 5 дБ.

На рис. 7 представлен результат моделирования DMS-SDM системы 7-го порядка при различных значениях OSR.

В случае, если используется частота дискретизации 6,144 МГц, что полностью соответствует идеологии DMS-SDM, можно говорить о том, что формат DMS-SDM по качеству не уступает форматам 25 бит и 384 кГц, 32 бит и 192 кГц, либо 37 бит и 96 кГц.

Таким образом, сравнивая значение динамического диапазона системы DMS-SDM с динамическим диапазоном существующих форматов с прореживанием, лучшая из которых — DXD (имеет параметры 24 бита и 352,8 кГц), можно прийти к выводу, что повторная сигма-дельта модуляция при цифровой обработке сигма-дельта модулированного DMS-SDM сигнала не будет ограничивать динамический диапазон, и шумовые характеристики системы обработки существеннее, чем существующие форматы записи. При этом сохраняются все преимущества формата DMS-SDM, связанные с отсутствием прореживания сигнала [5].

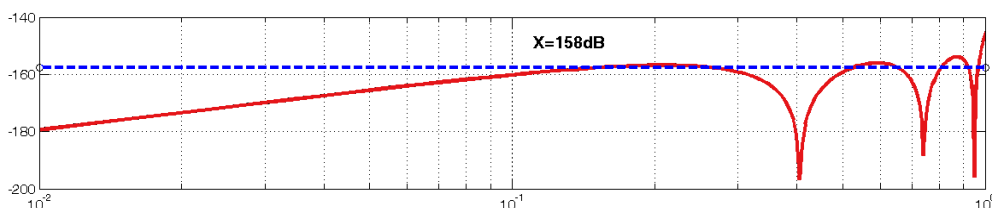


Рис. 6. Подавление шума квантования в полезной полосе частот DMS-SDM системой

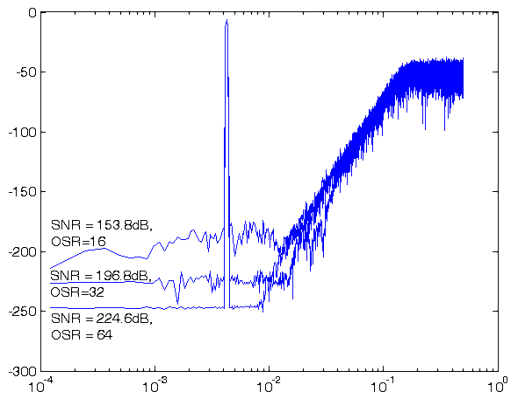


Рис. 7. Результат моделирования DMS-SDM сигма-дельта модулятора 7-го порядка

Заключение

Для корректности оценки полученных результатов следует отметить, что параметры формирующих шум фильтров, рассмотренные при моделировании DSD и типичного для современных микросхем 5-битного сигма-дельта модулятора 3-го порядка, не претендуют на роль оптимальных. Тем не менее, порядок полученных результатов позволяет говорить об адекватности эксперимента.

По результатам исследования видно, что при частоте дискретизации 6,144 МГц в полосе частот до 100 кГц система DMS-SDM обеспечивает порядка 200 дБ динамического диапазона, что является беспрецедентным результатом по сравнению с существующими потребительскими форматами.

Если вернуться к рассмотрению системы цифровой обработки сигма-дельта модулированного сигнала, то можно заключить, что повторная сигма-дельта модуляция после окончания цифровой обработки не приведет к деградации сигнала, подобной той, что существует при конвертации в 1-битный DSD формат. Таким образом, было установлено, что при подборе соответствующих параметров повторной сигма-дельта модуляции, сигма-дельта модулированные сигналы могут быть эффективно подвергнуты цифровой обработке без деградации качества сигнала, свойственной DSD сигналам.

Более того, если рассмотреть систему, в которой входной 5-битный сигма-дельта модулированный сигнал обрабатывается фильтром с 32-битными коэффициентами, после чего конвертируется одновременно в два формата: один с прореживанием до 192 кГц с разрядностью 24 бита и второй без прореживания, но с сокращением разрядности до исходных 5 бит, то второй будет обладать на 50 дБ большим значением отношения сигнал-шум.

Таким образом, в отличие от приводящего к деградации качества сигнала 1-битного формата DSD, использование мультибитной сигма-дельта модуляции в формате DMS-SDM действительно позволяет сократить количество преобразований (фильтрации) сигнала за счет отказа от прореживания и интерполяции как на этапе аналого-цифрового и цифро-аналогового, так и при цифровой обработке сигма-дельта модулированных сигналов. Особенно важно, что цифровая обработка в

формате DMS-SDM может обеспечить сохранение результата с качеством лучшим, даже чем 32 бит 192 кГц, не говоря уже о параметрах, соответствующих стандартам DVD-Audio.

Литература

1. И.Г.Чуфаров. Современная звукозапись. Нестандартный подход: адаптивное аналого-цифровое и цифро-аналоговое преобразование сигналов звукового диапазона // Материалы 9-ой международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение – 2007», Москва, ИГПУ РАН, 2007.
2. И.Г.Чуфаров. Адаптивное аналого-цифровое и цифро-аналоговое преобразование сигналов звукового диапазона // Труды кыштымского филиала ЮУрГУ, 2007.
3. И.Г.Чуфаров. Компенсация эффектов, связанных с уменьшением разрядности квантования при сжатии объема данных аудиосигналов // Труды кыштымского филиала ЮУрГУ, 2008.
4. А.Ю.Светлов, И.Г.Чуфаров. Компенсация эффектов, связанных со сжатием объема данных аудиосигналов // Материалы 16-ой международной научно-технической конференции «Информационные средства и технологии», 21 - 23 октября 2008 года.
5. И.Г.Чуфаров. Высококачественная цифровая звукозапись на основе сигма-дельта модуляции // Цифровая обработка сигналов, №1, 2009, с. 63-68.
6. "Super Audio Compact Disc: A Technical Proposal", Philips/Sony white paper, 12 pp. (1997).
7. The advantages of DXD for SACD. White paper
8. М.Лядов. DSD-рекордер KORG MR-1000 с поддержкой DSD 2.8/5.6 МГц и PCM 24/192. — Электронный журнал ixbt.com, 5.02.2008. — <http://www.ixbt.com/proaudio/korg-mr1000.shtml>
9. А. Стриганов. SACD vs. DVD-Audio: практическое исследование форматов высокого разрешения. Электронный журнал ixbt.com, 5.08.2004. <http://www.ixbt.com/dvd/sacd-dvd-a.shtml>
10. S. P. Lipshitz and J. Vanderkooy, "Why 1-Bit Sigma-Delta Conversion is Unsuitable for High-Quality Applications", presented at the 110th Convention of the Audio Engineering Society, Amsterdam, The Netherlands, 2001 May 12-15. (Companion to the present paper.)
11. S. P. Lipshitz and J. Vanderkooy, "Why Professional 1-Bit Sigma-Delta Conversion is a Bad Idea", presented at the 109th Convention of the Audio Engineering Society, Los Angeles, CA, 2000 Sept. 22-25, preprint 5188; a Supplementary Information booklet (9 pp.), handed out at the presentation, is obtainable from SPL by e-mail at spl@audiolab.uwaterloo.ca. (This reference should be considered superseded by the present paper.)
12. J. Vanderkooy and S. P. Lipshitz, "Towards a Better Understanding of 1-Bit Sigma-Delta Modulators", presented at the 110th Convention of the Audio Engineering Society, Amsterdam, The Netherlands, 2001 May 12-15. (Companion to the present paper.)
13. Richard Schreier, Gabor C. Temes. Understanding Delta-Sigma Data Converters. New York, NY: IEEE Press, 2004.
14. Gerzon M. A. and Craven P. G. Optimal Noise Shaping and "Dither of Digital Signals", presented at the 87th Convention of the Audio Engineering Society, J. Audio Eng. Soc. (Abstracts), vol 37, p. 1072 (1989 Dec), preprint 2822.
15. T. Soh, "Five semiconductor makers to ship 24-bit DAC LSI's for use in audio equipment" (in Japanese), Nikkei Electron, no. 706, pp. 51-56, Jan. 1998.
16. J. C. Candy and G. C. Temes, "Oversampling Delta-Sigma Data Converters", IEEE, New York, NY, USA, 1992, ISBN 0-87942-281-5.
17. I. Fujimori, A. Nogi, and T. Sugimoto, "A multibit delta-sigma audio DAC with 120 dB dynamic range", in ISSCC Dig. Tech. Papers, Feb.

1999, pp. 152-153.

18. D. Reefman et al. , "A 128fs, Multi-bit $\Sigma\Delta$ CMOS Audio DAC with Real-time DEM and 115 dB SFDR", Philips Semiconductors, Eindhoven, the Netherlands. AES Preprint 5846, March 2003.
19. T. Rueger et al., "A 110dB Ternary PWM Current-Mode Audio DAC with Monolithic 2Vrms Driver", ISSCC 2004 Paper 20.7, February 2004.

DIGITAL PROCESSING SIGMA-DELTA OF THE MODULATED SIGNALS OF A SOUND RANGE OF FREQUENCIES

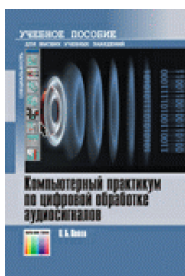
Igor Chufarov

Essence of offered technology of a digital sound recording — use multibit sigma-delta of the modulated signal

directly from an exit multidigit modulator sigma-delta. Thus frequency of digitization of a kept signal should correspond to frequency on which the sigma-delta the modulator works. The carried out researches have shown, that the given way of preservation of the information after analogue-digital transformation of signals of a sound range of frequencies, provides the best characteristics both in comparison with traditional formats PCM, and in comparison with 1-bit DSD.

Complexity of processing sigma-delta of the modulated signal consists in necessity repeated sigma-delta of modulation after the made transformations. In this respect, for example 1-bit format DSD used in SACD does not provide sufficient quality of transformation.

In article the results testifying to possibility of processing sigma-delta of modulated signal DMS-SDM and preservation of result with quality, not conceding 32-bit PCM are reflected.



Попов О. Б. **Компьютерный практикум по цифровой обработке аудиосигналов.** Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – 176 с.: ил.

Цифровая обработка «сопровождает» звуковой вещательный сигнал (ЗВС) от пульта звукорежиссера до абонентского приемника - и при аналоговой и при цифровой передаче. Цель обработки заключается в согласовании свойств сигнала, как с возможностями канала передачи, так и с особенностями слухового восприятия. В учебном пособии приведены примеры практических работ по обработке и анализу свойств аудиосигналов в трактах канала звукового вещания. В ходе выполнения работ анализируются основные характеристики сигналов и каналов звукового вещания. Изучаются результаты использования базовых математических процедур, при цифровой обработке ЗВС. Моделируются способы представления и основные алгоритмы обработки сигнала в канале звукового преобразовании и компактном представлении, в процессе автоматического регулирования уровня и аудиопроецессорной обработки. Практические работы выполнены на базе программного звукового редактора COOL-2000, математических пакетов Mathcad и Matlab, но при их выполнении могут быть использованы и другие программы. Для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов «Телекоммуникации», может быть полезна специалистам эксплуатационных служб радиосвязи, радиовещания и телевидения.



Галушкин А.И. **Нейронные сети: основы теории.** – М.: Горячая линия– Телеком, 2010. – 496 с.: ил.

Изложена методика синтеза многослойных нейросетей различной структуры: с полными и неполными последовательными связями, перекрестными и обратными связями, функционирующими в режимах обучения, самообучения, обучения с учителями, обладающих конечной квалификацией. Приведены этапы исследования надежности и диагностики нейронных сетей. Представлены основные постановки задач перспективных исследований в области теории нейронных сетей. Для научных работников, аспирантов и студентов, занимающихся разработкой и применением сверхвысокопроизводительной вычислительной техники.



Марченко А. Л., Марченко Е. А. **Основы преобразования информационных сигналов.** Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия–Телеком, 2010. – 288 с.: ил.

На современном уровне и в доступной форме изложены математические и инженерные приемы представления и преобразования информационных сигналов при модулировании, кодировании и передаче по каналам связи, а также при их прохождении через простейшие электрические цепи. Изложение материала иллюстрируется многочисленными, тщательно подобранными примерами. Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям 210201 – «Проектирование и технология радиоэлектронных средств» и 210202 – «Проектирование и технология электронно-вычислительных средств» направления 210200 – «Проектирование и технология электронных средств», может быть полезно специалистам.



Рихтер С. Г. **Кодирование и передача речи в цифровых системах подвижной радиосвязи.**

Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 304 с.: ил.

Систематизированы сведения в области преобразования и обработки информации в системах связи с подвижными объектами, причем основное внимание сосредоточено на речевых сигналах. Изучаются процедуры преобразования и обработки информации, осуществляемые в основном в абонентском терминале – ключевом элементе любой системы связи с подвижными объектами. Последовательно рассматриваются вопросы формирования и преобразования речевого сигнала на пути от микрофона на передающей стороне до телефона (громкоговорителя) – на приемной, особое внимание уделено вопросам кодирования речи. Предназначена для студентов вузов, обучающихся по специальности 201200 (210402) – «Средства связи с подвижными объектами» направления подготовки дипломированных специалистов 654400 – «Телекоммуникации», может быть использована при подготовке дипломированных специалистов по специальностям 201100 (210405) – «Радиосвязь, радиовещание и телевидение» и 201400 (210312) – «Аудиовизуальная техника», а также бакалавров и магистров направлений «Радиотехника» и «Телекоммуникации» соответствующих специальностей.

УДК 681.391

СНИЖЕНИЕ СЛОЖНОСТИ ДЕКОДИРОВАНИЯ НИЗКОПЛОТНОСТНОГО КОДА

Кравченко А.Н., к.т.н., alexander.kravchenko@thomson.net

Ключевые слова: декодирование, низкоплотностное, функция правдоподобия, цифровая связь, эффективность декодера.

Введение

Низкоплотностные (LDPC) коды [1] вследствие их превосходной корректирующей способности находят широкое применение в современных цифровых системах связи. Например, коды со средней пропускной способностью используются в стандартах DVB-S2, DVB-T2, DVB-C2, WiMax(IEEE 802.16e) и WLAN(IEEE 802.11n). Более того, LDPC коды с высокой пропускной способностью используются в стандарте mmWPAN (IEEE 802.15.3c). В связи с возрастающей популярностью LDPC кодов требуются специальные методы конструирования этих кодов, а также методы и аппаратура их декодирования.

Как известно, проектирование декодера тесно привязано к структуре кода и его алгоритму декодирования. В связи с этим при проектировании LDPC декодера решаются следующие основные задачи:

1. Обеспечение необходимой эффективности декодирования (ЭД) и заданной пропускной способности декодера.
2. Выбор алгоритма декодирования, обеспечивающего необходимую скорость сходимости декодирования. Как правило, алгоритм декодирования определяет архитектуру декодера и влияет на пропускную способность.
3. Минимизация аппаратных затрат (требования к памяти, вычислительным блокам, организация межблочных связей).

Для разработки оптимального декодера необходимо оптимизировать все параметры, что является сложной задачей. В настоящей работе рассматривается оптимизация двух наиболее важных параметров. Это ЭД и аппаратные затраты. Целью оптимизации является снижение аппаратных затрат без значительных потерь в ЭД.

Наиболее трудоёмким блоком при проектировании

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 1 Проверочная матрица регулярного LDPC кода

Рассмотрено проектирование блока вычисления внешних логарифмических отношений функций правдоподобия в LDPC декодере, который существенно влияет на эффективность декодирования и является наиболее трудоёмким при проектировании декодера. Приводятся некоторые приближенные алгоритмы и методы, которые упрощают вычисления внешних логарифмических отношений функций правдоподобия без значительных потерь в эффективности декодирования, а также приводят к значительному снижению аппаратных затрат при практической реализации декодера.

декодера является блок вычисления внешних логарифмических отношений функций правдоподобия (ЛОФП), который связан с вычислением гиперболических функций, требующих при реализации значительных вычислительных затрат. Некоторые упрощения при вычислении этих функций приводят к значительным потерям в ЭД, но при этом получается выигрыш в аппаратной реализации декодера.

В данной работе приводятся некоторые методы и алгоритмы, которые упрощают вычисления внешних ЛОФП без значительных потерь в ЭД и приводят к снижению аппаратных затрат при практической реализации декодера.

Представление LDPC кода

LDPC код [1] специфицируется разреженной проверочной $m \times n$ матрицей \mathbf{H} , показанной на рис. 1. Если код специфицируется проверочной матрицей, то кодовое слово $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_{n-1}]$ должно удовлетворять условию $\mathbf{c}\mathbf{H}^T = 0$. Проверочная матрица может быть представлена в виде графа Таннера, изображенного на рис. 2. Граф Таннера является двудольным неориентированным графом, имеющим n символьных и m проверочных узлов, причем i -й символьный узел соединен с j -м проверочным узлом тогда и только тогда, когда $\mathbf{H} = [H_{ij}]_{m \times n} = 1$. Ребра в графе Таннера задают систему связей между символьными и проверочными узлами. Степень узла определяют число ребер выходящих из узла. (C, R) -LDPC код называется регулярным, если степени r всех проверочных узлов одинаковы, доля ребер в графе Таннера, соединенных с символьными узлами, в этом случае равна r .

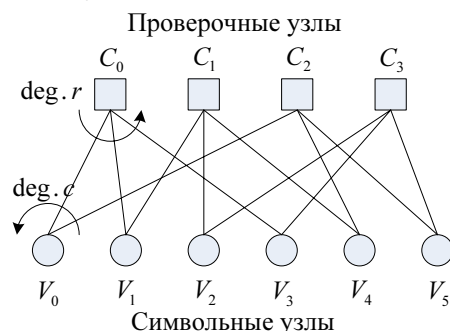
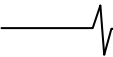


Рис. 2 Граф Таннера двоичного регулярного (2, 3)-LDPC кода



Степени всех символьных узлов s также одинаковы. Доля ребер в графе Таннера, соединенных с проверочными узлами, в этом случае равна s .

В нерегулярном LDPC коде (C, R) -LDPC степени символьных $deg.c$ и проверочных $deg.r$ узлов определяются совокупностями R и C соответственно. Обычно в литературе [2] для спецификации символьных и проверочных узлов используются полиномы, описывающие распределение степеней узлов.

Итеративные алгоритмы декодирования

LDPC код может декодироваться различными методами, а именно: мажоритарным методом (majority-logic), методом с переворачиванием бита (bit-flipping), взвешенным методом с переворачиванием бита, а также итеративными вероятностными методами, обладающими наиболее высокой ЭД по сравнению с другими методами. В данной работе рассматриваются только итеративные вероятностные методы.

Принцип декодирования по вероятностям: распространение доверия

Галлагер [1] разработал алгоритм декодирования, вычисляющий итеративно распределение вероятностей в граф-ориентированной модели, который известен в литературе под разными именами, например: the sum-product algorithm (SPA), the belief propagation algorithm (BPA), the message passing algorithm (MPA).

Термин "message passing" обычно относится ко всем итеративным алгоритмам, включая SPA и BPA и их аппроксимации. В дальнейшем для удобства обозначим MPA-алгоритм как алгоритм передачи сообщений (АПС), а BPA-алгоритм как алгоритм распространения доверия (АРД).

АПС-алгоритм, основанный на графе Таннера, вычисляет сообщения итеративно. Каждая итерация включает в себя две фазы вычислений. В первой половине итерации (первая фаза) каждый символьный узел обрабатывает его входные сообщения и передает результирующие выходные сообщения (идущие вверх) к смежным проверочным узлам. Этот процесс отображен на рис. 3,а для сообщения $q_{00}(b)$ от символьного узла V_0 к проверочному узлу C_0 ($b \in \{0, 1\}$). Следует отметить, что информация, проходящая к рассматриваемому проверочному узлу - вся информация, находящаяся в распоряжении символьного узла. Это канальная информация и информация от всех смежных проверочных узлов, исключая информацию от рассматриваемого проверочного узла. Для матрицы \mathbf{H} это канальная информация y_0 и информация от проверочного узла C_2 , проходящие через символьный узел V_0 к проверочному узлу C_0 . Информация $q_{ji}(b)$ вычисляется для каждой связанной ji -пары в каждой фазе.

Во второй половине итерации (вторая фаза) каждый проверочный узел обрабатывает входные сообщения и передает результирующие выходные сообщения (идущие вниз) к смежным символьным узлам. Этот процесс отображен на рис. 3,б для сообщения $r_{00}(b)$ от проверочного узла C_0 к символьному узлу V_0 . Следует отметить, что информация, проходящая к рассматриваемому символьному узлу, - это вся информация, находящаяся в распоряжении проверочного узла. Указанная

информация поступает от всех смежных символьных узлов, исключая информацию от рассматриваемого символьного узла. В случае матрицы \mathbf{H} - это информация от символьных узлов V_1, V_3 , проходящая через проверочный узел C_0 к символьному узлу V_0 . Такая внешняя информация $r_{ij}(b)$ вычисляется для каждой связанной ij -пары в каждой фазе.

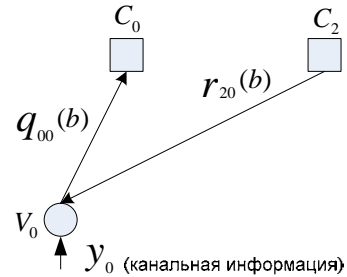


Рис. 3,а. Подграф графа Таннера, соответствующего матрице \mathbf{H} , для вычисления сообщения от символьного узла V_0 к проверочному узлу C_0 .

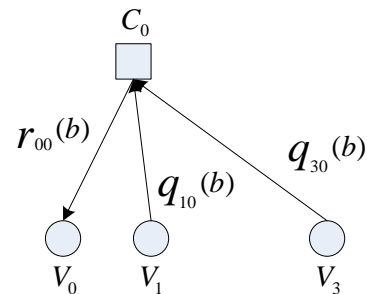


Рис. 3,б. Подграф графа Таннера, соответствующего матрице \mathbf{H} , для вычисления сообщения от проверочного узла C_0 к символьному узлу V_0 .

После назначенного числа итераций или после некоторого критерия остановки алгоритма, декодер определяет жесткое решение бит \hat{c}_i кодового слова на основе вычисленных сообщений (апостериорных вероятностей).

АРД декодирующий алгоритм, основывающийся на апостериорной вероятности

Описание алгоритма производится в соответствии с работой [3]. При описании алгоритма вводятся следующие обозначения:

- 1) $N(i) = \{i : H_{ij} = 1\}$ - группа номеров символьных узлов, которые участвуют в проверочном уравнении i .
- 2) $N(i) \setminus j = \{j' : H_{ij'} = 1, j' \neq j\}$ - группа номеров символьных узлов, исключая номер j .
- 3) $M(j) = \{j : H_{ij} = 1\}$ - группа номеров проверочных узлов, соединенных с символьным узлом V_j .
- 4) $M(j) \setminus i = \{i' : H_{i'j} = 1, i' \neq i\}$ - группа номеров проверочных узлов, соединенных с символьным узлом V_j , исключая номер i .
- 5) $r_{ij}(b)$ - есть вероятность того, что проверочное уравнение i удовлетворяется, когда $c_i = b$ ($b \in \{0, 1\}$) и остальные символы имеют распределение вероятностей, заданных величинами q_{ij} , $j \in N(i) \setminus j$.
- 6) $q_{ij}(b)$ - есть вероятность того, что $c_i = b$, вычисленной на основе информации, полученной от проверочных узлов $M(j)$, исключая номер i .

Подобно процессу декодирования турбокодов, где вычисляются апостериорные вероятности (АВ) для всех информационных бит, при декодировании LDPC кода используется принцип максимума АВ для определения вероятности того, что данный бит в переданном кодовом слове $\mathbf{c}=[c_0, c_1, \dots, c_{n-1}]$ равен 1, вычисленная при условии, что последовательность символов $\mathbf{y}=[y_0, y_1, \dots, y_{n-1}]$ была принята. АВ вычисляется как

$$P_i = \Pr(c_i = 1 | y) \quad (1)$$

Галлагер в его работе [1] ввел следующие определения:

1) Вероятность того, что последовательность двоичных чисел $\mathbf{a}=(a_0, a_1, \dots, a_m)$ содержит четное число единиц равна

$$1/2 + 1/2 \prod_{k=1}^m (1 - 2p_k), \quad (2)$$

где $p_k = \Pr(a_k)$.

2) Вероятность того, что последовательность двоичных чисел \mathbf{a} содержит нечетное число единиц равна

$$1/2 - 1/2 \prod_{k=1}^m (1 - 2p_k), \quad (3)$$

Учитывая определение (2), вместе с соотношением $p_k \leftrightarrow q_{ji}(1)$ можно записать

$$r_{ij}(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{j \in N(i) \setminus j} (1 - 2q_{ji}(1)), \quad (4)$$

$r_{ij}(0)$ определяет вероятность того, что проверочное уравнение i удовлетворено, если $c_j = 0$ и вероятность того, что другие биты кодового слова $\{c_j : j \in N(i) \setminus j\}$ содержат четное число единиц, равна 1.

Очевидно, что $r_{ij}(1) = 1 - r_{ij}(0)$. (5)

Декодирующий алгоритм включает следующие основные шаги.

1. Инициализация: АД алгоритм (для вычисления АВ величин) инициализируется при следующих начальных значениях: $q_{ji}(b) = \Pr(c_j = b | y_j)$ для всех j и i , при условии что $H_{ij} = 1$, где y_j - канальная информация. В случае аддитивного белого гауссова шума (АБГШ) инициализировать априорные вероятности символьных узлов, равными:

$$q_{ji}(0) = 1 - P_j = \Pr(c_j = 0 | y_j) = \frac{1}{1 + e^{-2y_j/\delta}} \quad (6)$$

$$q_{ji}(1) = P_j = \Pr(c_j = 1 | y_j) = \frac{1}{1 + e^{2y_j/\delta}} \quad (7)$$

2. Для всех j и i вычислить $r_{ij}(0)$ и $r_{ij}(1)$ в соответствии с выражениями (4) и (5).

3. Для всех j и i вычислить $q_{ij}(0)$ и $q_{ij}(1)$ в соответствии с выражениями

$$q_{ji}(0) = (1 - P_j) \prod_{i \in M(j) \setminus i} r_{ij}(0),$$

$$q_{ji}(1) = P_j \prod_{i \in M(j) \setminus i} r_{ij}(1) \quad (8)$$

и нормировать с множителем $k_{ji} = 1/(q_{ji}(0) + q_{ji}(1))$,

$$q_{ji}(0) = k_{ji}(1 - P_j) \prod_{i \in M(j) \setminus i} r_{ij}(0),$$

$$q_{ji}(1) = k_{ji}P_j \prod_{i \in M(j) \setminus i} r_{ij}(1) \quad (9)$$

4. Для всех j вычислить апостериорные вероятности

$$Q_j(0) = (1 - P_j) \prod_{i \in M(j)} r_{ij}(0), \quad Q_j(1) = P_j \prod_{i \in M(j)} r_{ij}(1) \quad (10)$$

и нормировать множителем $K_j = 1/(Q_j(0) + Q_j(1))$,

$$Q_j(0) = K_j(1 - P_j) \prod_{i \in M(j)} r_{ij}(0), \quad Q_j(1) = K_jP_j \prod_{i \in M(j)} r_{ij}(1) \quad (11)$$

5. Проверить кодовое слово $\hat{\mathbf{c}} = [\hat{c}_0, \dots, \hat{c}_{n-1}]$, где $\hat{c}_j = 1$, если $Q(1)_j > Q(0)_j$, иначе $\hat{c}_j = 0$, на предмет принадлежности коду, т.е. $\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T = 0$. При выполнении этого условия производится остановка алгоритма. Если это условие не выполняется, то переход к шагу 2, до тех пор, пока не будет превышено некоторое предельное число итераций.

АРД декодирующий алгоритм, основывающийся на логарифмическом отношении функций правдоподобия (ЛОФП-АРД)

Определим следующие значения ЛОФП [4]:

$$R_{ij} = \log(r_{ij}(0)/r_{ij}(1)), \quad Q_{ji} = \log(q_{ji}(0)/q_{ji}(1))$$

Допустим, что есть случайная двоичная величина $x \in \{0, 1\}$, тогда ЛОФП величины x равно

$$L(x) = \log \frac{P(x=0)}{P(x=1)} = \log \frac{p_0}{p_1}, \quad (12)$$

где

$$p_0 = \frac{e^{L(x)}}{1 + e^{L(x)}} \text{ и } p_1 = \frac{1}{1 + e^{L(x)}}$$

Учитывая определения (2), (3), вместе с соотношением $p_k \leftrightarrow Q_{ji}$, можно записать

$$R_{ij} = \log \left(\frac{1 + \prod_{j \in N(i) \setminus j} (1 - 2Q_{ji})}{1 - \prod_{j \in N(i) \setminus j} (1 - 2Q_{ji})} \right) \quad (13)$$

Используя факт, что

$$\tanh \left[\frac{1}{2} L(x) \right] = p_0 - p_1 = 1 - 2p_1, \quad (13) \text{ можно записать как}$$

$$R_{ij} = \log \left(\frac{1 + \prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(Q_{ji}/2)}{1 - \prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(Q_{ji}/2)} \right) \quad (14)$$

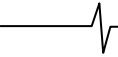
Используя далее, что

$$\log \frac{1+x}{1-x} = 2 \tanh^{-1}, \quad (14) \text{ можно записать как}$$

$$R_{ij} = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(Q_{ji}/2) \right) \quad (15)$$

Декодирующий алгоритм включает следующие основные шаги.

1. Инициализация: для всех $j = 0, 1, \dots, n-1$ инициализировать символьные узлы равными логарифми-



ческому отношению априорных вероятностей Q_{ji}

$$Q_{ji} = l_j = 2y_j / \sigma^2,$$

где σ^2 - дисперсия АБГШ.

2. Для всех i и j вычислить R_{ij} в соответствии с выражением (15).

3. Для всех j и i вычислить Q_{ji} в соответствии с выражением

$$Q_{ji} = l_j + \sum_{i \in M(j) \setminus i} R_{ij} \quad (17)$$

4. Вычислить логарифмические отношения апостериорных вероятностей в соответствии с выражением

$$P_j = l_j + \sum_{i \in M(j)} R_{ij} \quad (18)$$

5. Проверить кодовое слово $\hat{c} = [\hat{c}_0, \dots, \hat{c}_{n-1}]$, где $\hat{c}_j = 1$, если $P_j \leq 0$, иначе $\hat{c}_j = 0$.

Если $\hat{c}H^T = 0$ или число итераций равно максимальному лимиту, то производится остановка алгоритма, иначе переход к шагу 2.

АРД, а также ЛОФП-АРД декодирующие алгоритмы требуют выполнения операций умножения, которые значительно сложнее при аппаратной реализации, чем операции сложения. Кроме того, операции умножения вносят большую погрешность в вычисления, чем операции сложения при использовании арифметики с фиксированной запятой. Исходя из этого, операции сложения более предпочтительны при вычислениях, чем операции умножения. В дальнейшем будут рассматриваться алгоритмы декодирования, использующие только операции сложения, а также упрощенные методы вычисления правой части уравнения (15).

Упрощенные алгоритмы декодирования, основывающиеся на ЛОФП

1. ЛОФП-АРД1 декодирующий алгоритм, основанный на исключении операции умножения комплексной функции \tanh (параллельная схема).

В правой части уравнения (15) содержится операция умножения комплексной функции \tanh . Для исключения этого в работе [1] используется следующее.

Фактор $Q_{ji} = \alpha_{ji} \beta_{ji}$ записывается как произведение знака и величины (абсолютного значения):

$$\alpha_{ji} = \text{sign}(Q_{ji}), \quad \beta_{ji} = |Q_{ji}|.$$

С учетом этих обозначений, можно записать

$$\prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(Q_{ji}/2) = \prod_{j \in N(i) \setminus j} \alpha_{ji} \cdot \prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(\beta_{ji}/2).$$

После некоторых преобразований получается следующее равенство:

$$\begin{aligned} R_{ij} &= \prod_j \alpha_{ji} \cdot 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(\beta_{ji}/2) \right) \\ &= \prod_j \alpha_{ji} \cdot 2 \tanh^{-1} \log^{-1} \log \left(\prod_{j \in N(i) \setminus j} \tanh(\beta_{ji}/2) \right) \\ &= \prod_j \alpha_{ji} \cdot 2 \tanh^{-1} \log^{-1} \sum_j \log(\tanh(\beta_{ji}/2)) \\ &= \prod_{j \in N(i) \setminus j} \alpha_{ji} \cdot \phi \left(\sum_{j \in N(i) \setminus j} \phi(\beta_{ji}) \right), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{где } \phi(x) = -\log[\tanh(x/2)] = \log \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right) \quad (20)$$

с учетом того, что $\phi^{-1}(x) = \phi(x)$, когда $x > 0$.

В практических применениях $\phi(x)$ функция реализуется в виде поисковой таблицы.

2. ЛОФП-АРД2 декодирующий алгоритм, основанный на исключении операции умножения комплексной функции \tanh (последовательная схема).

Данный метод позволяет уменьшить аппаратные затраты при конструировании блока вычисления внешних значений ЛОФП по сравнению с выше описанным, за счет последовательного вычисления ЛОФП.

Рассматривается частный проверочный узел i , связанный с символьными узлами $N(i) = (j_{q1}, j_2, \dots, j_{\text{deg},r})$ и соответствующими входными сообщениями, равными $Q_{ij_{q1}}, Q_{ij_{q2}}, \dots, Q_{ij_{\text{deg},r}}$. Выходные сообщения R_{ij} могут вычисляться с использованием алгоритма „вперед-назад“ [5]. Определяются вспомогательные случайные двоичные переменные $f_1 = x_{j_{q1}}, f_2 = f_1 \oplus x_{j_{q2}}, \dots, f_{\text{deg},r} = f_{\text{deg},r-1} \oplus x_{j_{\text{deg},r}}$ и $b_{\text{deg},r} = x_{j_{\text{deg},r}}, b_{\text{deg},r-1} = b_{\text{deg},r} \oplus x_{j_{\text{deg},r-1}}, \dots, b_1 = b_2 \oplus x_{j_{q1}}$, где \oplus обозначает двоичную XOR операцию.

Значения ЛОФП двоичной суммы определяемой выражением

$$L(A_2) = L(x_1 \oplus x_2) = \log \left(\frac{1 + e^{L(x_1)} e^{L(x_2)}}{e^{L(x_1)} + e^{L(x_2)}} \right), \quad (21)$$

которое может быть преобразовано к виду [5]:

$$L(x_1 \oplus x_2) = \text{sign}(L(x_1)) \text{sign}(L(x_2)) \min[|L(x_1)|, |L(x_2)|] + \log(1 + e^{|x_1+x_2|}) - \log(1 + e^{-|x_1-x_2|}) \quad (22)$$

Используя (22) повторно, можно получить $L(f_1), L(f_2), \dots, L(f_{\text{deg},r})$ и $L(b_1), L(b_2), \dots, L(b_{\text{deg},r})$ рекурсивным способом, основанном на знании $Q_{ij_{q1}}, Q_{ij_{q2}}, \dots, Q_{ij_{\text{deg},r}}$. При использовании проверочного уравнения $p_i = x_{j_{q1}} \oplus x_{j_{q2}} \oplus \dots \oplus x_{j_{\text{deg},r}}$ проверочного узла i получается, что $x_j = f_{j-1} \oplus b_{j+1}$ для каждого $j \in j_{q2}, j_{q3}, \dots, j_{\text{deg},r-1}$. Поэтому R_{ij} сообщения, выходящие из проверочного узла, могут просто выразиться как

$$R_{ij} = L(f_{j-1} \oplus b_{j+1}), \quad j = j_{q2}, j_{q3}, \dots, j_{\text{deg},r-1},$$

$$R_{ij_{q1}} = L(b_2),$$

$$R_{ij_{\text{deg},r}} = L(f_{\text{deg},r-1}). \quad (23)$$

Полное вычисление включает прямое рекурсивное вычисление $L(f_j)$, обратное рекурсивное вычисление $L(b_j)$ и окончательное попарное вычисление $L(f_{j-1} \oplus b_{j+1})$, которое требует $3(\text{deg},r-2)$ ключевых операций (22) на один проверочный узел.

Вычисление функции $g(y) = \log(1 + e^{-|y|})$, входящей в выражение (22), может реализовано в виде поисковой таблицы. В таблице 1 показано грубое квантование функции $g(y)$. Максимальная ошибка аппроксимации не больше чем 0.05. Функция $g(y)$ также может быть аппроксимирована кусочно-линейной функцией. Результат аппроксимации показан в таблице 2.

Таблица 1.

$ y $	$\log(1 + e^{- y })$	$ y $	$\log(1 + e^{- y })$
(0, 0.196)	0.65	(1.05, 1.508)	0.25
(0.0196, 0.433)	0.55	(1.508, 2.252)	0.15
(0.433, 0.71)	0.45	(2.252, 4.5)	0.05
(0.71, 1.05)	0.35	(4.5, +∞)	0.0

Таблица 2.

$ y $	$\log(1 + e^{- y })$	$ y $	$\log(1 + e^{- y })$
(0, 0.5)	$- y * 2^{-1} + 0.7$	(2.2, 3.2)	$- y * 2^{-1} + 0.7$
(0.5, 1.6)	$- y * 2^{-2} + 0.575$	(3.2, 4.4)	$- y * 2^{-1} + 0.7$
(1.6, 2.2)	$- y * 2^{-3} + 0.375$	(4.4, +∞)	$- y * 2^{-1} + 0.7$

3. Алгоритм декодирования, основанный на минимальной сумме (АМС)

При исследовании функции (20) можно заметить, что результат вычислений существенно зависит от маленьких значений аргумента и, следовательно, при вычислениях можно обойтись небольшим числом этих значений. Эта особенность лежит в основе АМС алгоритма.

Применение АМС алгоритма декодирования приводит потенциально к уменьшению сложности декодера и соответственно площади кристалла. Сложность декодера уменьшается вследствие исключения функции $\phi(x) = -\log[\tanh(x/2)]$, которая реализуется при помощи поисковых таблиц, а также вследствие уменьшения размера памяти, необходимого для запоминания и считывания (символьный узел)/(проверочный узел сообщений). Недостатком алгоритма является включение устройства сортировки, которое ищет сообщение с минимальным абсолютным значением и сортирует оставшиеся сообщения по мере возрастания их абсолютных величин. Этот недостаток приводит к уменьшению пропускной способности декодера. Главная разница между ЛОФП-АРД и АМС алгоритмами лежит в вычислении R_{ij} значений. Вместо вычислений (19) используется его приближение

$$\phi\left(\sum_j \phi(\beta_{ji})\right) \cong \phi\left(\phi\left(\min_j\right)\right) = \min_{j \in N(i) \setminus j} \beta_{ji}$$

или с учетом знака

$$R_{ij} \cong \prod_{j \in N(i) \setminus j} \alpha_{ji} \cdot \min_{j \in N(i) \setminus j} \beta_{ji} \quad (24)$$

В работе [6], на основе свойств алгебры логарифмических функций правдоподобия, получено приближенное выражение для вычисления R_{ij} . Показано, что для двух независимых случайных величин x_1 и x_2 с ЛОФП, равными

$$L(x_1) = \log \frac{P(x_1 = 0)}{P(x_1 = 1)} = \log \frac{p_{10}}{p_{11}} \quad \text{и}$$

$$L(x_2) = \log \frac{P(x_2 = 0)}{P(x_2 = 1)} = \log \frac{p_{20}}{p_{21}},$$

значение их суммы равно

$$L(x_1 \oplus x_2) = \log \left(\frac{1 + e^{L(x_1)} e^{L(x_2)}}{e^{L(x_1)} + e^{L(x_2)}} \right); \quad (25)$$

$$L(x_1 \oplus x_2) \approx \text{sign}(L(x_1)) \cdot \text{sign}(L(x_2)) \cdot \min(|L(x_1)|, |L(x_2)|). \quad (26)$$

В работе [6] введен символ \boxplus для обозначения сложения, определенного как

$$L(x_1) \boxplus L(x_2) = L(x_1 \oplus x_2), \quad (27)$$

Для множества x , размером J , сумма вычисляется как

$$\sum_{j=1}^J \boxplus L(x_j) = L\left(\sum_{j=1}^J \otimes x_j\right) = \log \left(\frac{\prod_{j=1}^J (e^{L(x_j)} + 1) + \prod_{j=1}^J (e^{L(x_j)} - 1)}{\prod_{j=1}^J (e^{L(x_j)} + 1) - \prod_{j=1}^J (e^{L(x_j)} - 1)} \right). \quad (28)$$

Используя соотношение $\tanh(x/2) = (e^x - 1)/(e^x + 1)$, получено выражение

$$\sum_{j=1}^J \boxplus L(x_j) = \log \left(\frac{1 + \prod_{j=1}^J \tanh(L(x_j)/2)}{1 - \prod_{j=1}^J \tanh(L(x_j)/2)} \right) = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{j=1}^J \tanh(L(x_j)/2) \right). \quad (29)$$

С учетом аппроксимации (26) выражение (29) приобретает вид

$$\sum_{j=1}^J \boxplus L(x_j) = L\left(\sum_{j=1}^J \otimes x_j\right) \approx \left(\prod_{j=1}^J \text{sign}(L(x_j))\right) \cdot \min_{j=1 \dots J} |L(x_j)|. \quad (30)$$

Как видно из выражения (30), надежность суммы определяется в основном наименьшей надежностью из всех составляющих, входящих в сумму.

На основании полученного результата (30), выражение (15) в ЛОФП-АРД алгоритме декодирования можно заменить упрощенным выражением

$$R_{ij} = L\left(\sum_{j \in N(i) \setminus j} Q_{ji}\right) = \prod_{j \in N(i) \setminus j} \text{sign}(Q_{ji}) \cdot \min_{j \in N(i) \setminus j} |Q_{ji}|. \quad (31)$$

При практической реализации АМС алгоритма сложность блока вычисления внешних ЛОФП определяется в основном структурой блока сортировки, который сортирует внутренние ЛОФП значения в порядке увеличения их абсолютных значений, а также логикой обработки знаков. Сложность сортировки определяется числом уровней компараторов, которое пропорционально $\log_2(\text{deg}.r)$. В различных модификациях АМС алгоритма в основном используются первый и второй минимум, а также индекс первого минимума.

Известно, что АМС алгоритм декодирования, использующий упрощенное выражение (31) для вычисле-

ния R_{ij} , приводит к потерям в ЭД. Потери в ЭД регулярных LDPC кодов достигают 1 дБ для кодов со степенью проверочных узлов больше 6 [7].

В дальнейшем будут рассматриваться методы, повышающие эффективность АМС алгоритма декодирования.

4. АМС алгоритм декодирования с корректирующим фактором.

1) Нормализованный АМС алгоритм декодирования.

Эффективность декодирования может быть улучшена за счет введения масштабирующего фактора α (большее единицы) в выражение (31) [7,8]:

$$R_{ij} = \prod_{j \in N(i) \setminus j} \text{sign}(Q_{ji}) \cdot \frac{\min_{j' \in N(i) \setminus j} |Q_{ji'}|}{\alpha} \quad (32)$$

Фактор α зависит от отношения сигнал-шум и вычисляется следующим образом [8].

$$\alpha = E(|L_2|) / E(|L_1|) \quad (33)$$

$E(|L_2|)$ и $E(|L_1|)$ вычисляются в соответствии с выражениями:

$$E(|L_1|) = E\left(2 \tanh^{-1}\left(\prod_{j=1}^W \tanh(|X_j|/2)\right)\right) \quad (34)$$

$$E(|L_2|) = E(\min(|X_1|, |X_2|, \dots, |X_W|)) \quad (35)$$

где X_1, X_2, \dots, X_W - независимые идентично распределенные случайные переменные: $\{X_j : j = 1, 2, \dots, W\} = \{R_{ij} : j' \in N(i) \setminus j\}$ и $W = \text{deg}.r - 1$, где $\text{deg}.r$ определяет степень проверочного узла. Функция плотности вероятности переменных X_j зависит от отношения сигнал-шум.

2) АМС алгоритм декодирования с корректирующей константой.

Эффективность декодирования может быть улучшена за счет введения корректирующей константы [8]:

$$R_{ij} = \prod_{j' \in N(i) \setminus j} \text{sign}(Q_{ji'}) \cdot \max\left\{\min_{j' \in N(i) \setminus j} |Q_{ji'}| - \beta, 0\right\} \quad (36)$$

Константа β подбирается с учетом достижения максимальной ЭД при заданном отношении сигнал-шум и кодовой скорости применяемого кода. Отмечается, что АМС алгоритм, нормализованный АМС алгоритм и АМС алгоритм декодирования с корректирующей константой не требуют знания характеристик шума (σ^2) и работают непосредственно с величинами, поступающими на вход блока.

Оценки сложности блоков вычисления внешних значений ЛОФП для всех рассмотренных выше алгоритмов, представлены в таблице 3. Эффективность различных методов декодирования иллюстрирует рис. 4.

Таблица 3

Алгоритм	Умножения	Сложения	Компараторы	Специальные Операции
ЛОФП-АРД, прямой метод, (15)	$\text{deg}.r-1$			$\tanh(x)$ $\tanh^{-1}(x)$
ЛОФП-АРД1, таблич. метод, (19)		$2\text{deg}.r+1$		$2\text{deg}.r$ поисковых таблиц, логика обработки знака
ЛОФП-АРД2, таблич. метод, (23) Ключевая операция (22) Число ключевых операций		5	1	2 поисковые таблицы $3(\text{deg}.r-2)$
АМС, (31)			$\log_2(\text{deg}.r)$	сортировка, поиск минимума логика обработки знака
Нормализованный АМС, (32)	1		$\log_2(\text{deg}.r)$	сортировка, поиск минимума логика обработки знака
АМС с коррект. константой (36)		1	$\log_2(\text{deg}.r) + 1$	сортировка, поиск минимума логика обработки знака

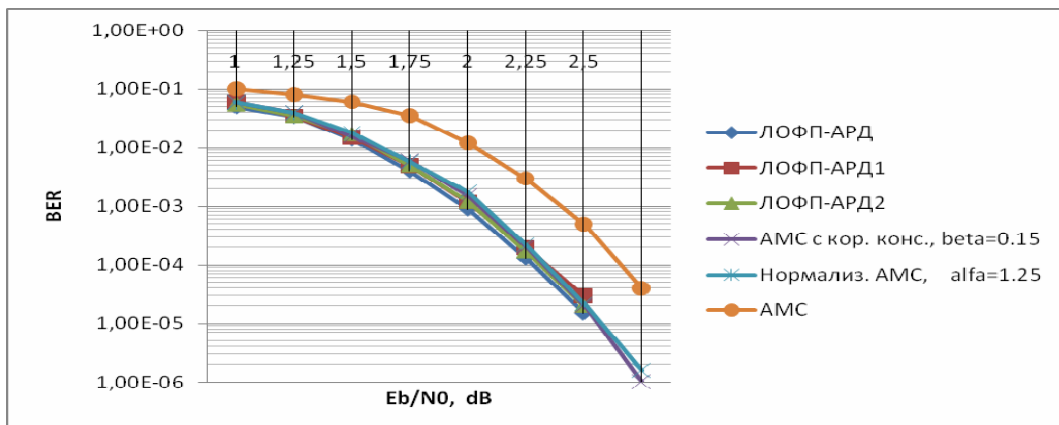


Рис. 4. Эффективности декодирования различных алгоритмов декодирования (1008, 504) регулярного LDPC кода с $(\text{deg}.c, \text{deg}.r) = (3, 6)$.

Примеры аппаратурной реализации LDPC декодеров, использующих приближенные методы вычисления внешних ЛОФП, можно найти в [9-12].

В связи с ограниченным объемом публикации в данной работе не рассмотрены методы оптимизации корректирующих факторов, нацеленных на поиск максимальной эффективности декодирования LDPC декодера, такие как "Density Evolution" [13] или "EXIT chart" [14] методы.

Литература

1. R. Gallager. Low-density parity-check codes. IRE Trans. Information Theory, pp. 21-28, Jan. 1962.
2. T. Richardson, A. Shokrollahi, and R. Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. IEEE Trans. On Information Theory, vol. 47, pp. 619-637, Feb. 2001.
3. William E. Ryan. An Introduction to LDPC Codes. The University of Arizona, Box 210104, Tucson, AZ 85721, Aug. 2003.
4. Бернад Склад. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом "Вильямс", 2003, 1104 с.
5. X-Y Hu, E. Eleftherior, D-M. Arnold, and A. Dholaki. Efficient implementation of the Sum-product algorithm for decoding LDPC codes, Proc. 2001 IEEE Globe Com Conf., pp. 1036-1036E, Nov. 2001.
6. J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke. Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes. IEEE Trans. On Information Theory, vol. 42, pp. 429-445, March 1996.
7. J. Chen, M. P. C. Fossorier. Near Optimum Universal Belief Propagation Based Decoding of Low-Density Parity Check Codes. IEEE Trans. On Communications, vol. 50, pp. 406-414, March 2002.
8. J. Chen, A. Dholakia, E. Eleftherior, M. P. C. Fossorier, and Xiao-Y. Hu. Reduced-Complexity Decoding of LDPC Codes. IEEE Trans. On Communications, vol. 53, pp. 1288-1298, August 2005.
9. Z. Wangy, Qin. Jia, Low Complexity, High Speed Decoder Architecture for Quasi-Cyclic LDPC Codes, in Proc. ISCAS, 2005, pp. 5586-5789.
10. J. Sha, M. Gao, Z. Zhang, L. Li, and Z. Wang. A Memory Efficient FPGA Implementation of Quasi-Cyclic LDPC Decoder. Proceedings of the 5th WSEAS Int. Con. On Instrumentation, Measurement, Circuits and System, Hangzhou, China, pp. 218-223, 16-18 Apr. 2006.
11. J. Su, K. Liu, and H.Min. Hardware Efficient Decoding of LDPC Codes Using Partial-min Algorithms. IEEE Transaction on Consumer Electronics, vol. 52, pp. 1463-1468, Nov. 2006.
12. E. Boutillon, J. Castura and F. R. Kschischang. Decoder-First Code Design. In Proceeding of the 2nd International Symposium in Turbo Codes and Related Topics, pp. 459-462, 2000.
13. T. J. Richardson and R. L. Urbanke. The Capacity of LDPC Codes Under Message-Passing Decoding. IEEE Trans. On Information Theory, vol. 47, pp. 599-618, Feb. 2001.
14. St. ten Brink. Convergence Behavior of Iterative Decoded Parallel Catenated Codes. IEEE Trans. On Communications, Vol. 49, Oct. 2001.

REDUCED-COMPLEXITY DECODING LDPC CODE

Kravtchenko A.N.

Performance and complexity of LDPC decoder depends on the decoding algorithm, in particular on the check-node update unit which calculates extrinsic information in decoder.

Approximate representations of the decoding computations are shown to achieve a reduction in complexity by simplifying the check-node update unit, without loss of performance. In particular, several approaches for simplified check-node updates are presented that are based on the so-called min-sum approximation.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ПИСЬМО

Уважаемый коллега!

Приглашаем Вас принять участие в работе 13-ой Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'2011», которая состоится в Москве в ИИУ РАН марте-апреле 2011 года

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- IEEE Signal Processing Society
- Российская секция IEEE
- Институт радиотехники и электроники РАН
- Институт проблем управления РАН
- Институт проблем передачи информации РАН
- Московский научно-исследовательский телевизионный институт
- Компания AUTEK Ltd. (АВТЭК)

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ:

- Теория сигналов и систем
- Теория и методы ЦОС
- Цифровая обработка многомерных сигналов
- Цифровая обработка речевых и звуковых сигналов
- Цифровая обработка изображений
- ЦОС в системах телекоммуникаций
- ЦОС в радиотехнических системах
- ЦОС в системах управления и робототехники
- Цифровая обработка измерительной информации
- Нейрокомпьютерная обработка сигналов и изображений
- Цифровое телевидение и телевидение
- Цифровое радиовещание
- ЦОС в системах защиты информации
- Проектирование и техническая реализация систем ЦОС
- ЦОС в открытых системах
- Проблемы подготовки специалистов в области ЦОС

СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРЫ АДАПТИВНОГО ЦИФРОВОГО ПРИЕМНИКА ТРАЕКТОРНОГО СИГНАЛА В РЕЖИМЕ ПАНОРАМНОГО ОБЗОРА

*Андреев Н.А., начальник отдела НТЦ ФГУП «Государственный рязанский приборный завод»,
e-mail: tor@rgta.ryazan.ru*

Ключевые слова: радиовидение, траекторный сигнал, многоскоростная адаптивная обработка, доплеровский, частота, метод, алгоритм, автофокусировка, фильтр.

Введение

Проблема формирования радиолокационного изображения (РЛИ) земной поверхности в реальном времени остается одной из актуальных при решении задач радиовидения [1]. В работах [2,3,4] рассмотрены способы и алгоритмы формирования РЛИ в различных режимах обзора и картографирования земной поверхности, отличающиеся введением в структуру цифрового приемника траекторного сигнала блока предварительной обработки, который выполняет функцию согласования полосы его пропускания с шириной и положением частот траекторного сигнала. В результате предварительной обработки с понижением частоты дискретизации принимаемого сигнала многократно уменьшаются вычислительные затраты, память данных и коэффициентов на последующем этапе – этапе формирования РЛИ в режиме переднего и передне-бокового обзора.

С целью адаптации параметров блока предварительной обработки к траекторным нестабильностям, обусловленным изменением параметров движения носителя бортового радиолокационного комплекса (БРЛК) и различных возмущающих воздействий, в последующих работах [5,6,7] были проведены разработка и исследование методов и алгоритмов адаптивной многоскоростной обработки траекторного сигнала в задачах радиовидения.

В настоящей работе, отражающей результаты последующих исследований, основное внимание акцентируется на способах построения структуры адаптивного цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора [2,6,7]. Рассматриваются новые способы и алгоритмы многоступенчатой адаптации на основе многоскоростной обработки, позволяющие повысить точность настройки параметров адаптивного цифрового приемника и уменьшить вычислительные затраты на его реализацию.

Задача построения структуры адаптивного цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора

С целью значительного уменьшения времени формирования РЛИ в [2] рекомендуется использовать режим панорамного обзора,

Представлены способы построения структуры цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора земной поверхности и алгоритмы адаптации банка полосовых фильтров-дециматоров к уходу и трансформации доплеровских частот принимаемого сигнала. Рассмотрены два подхода к построению схем адаптивной обработки широкополосного траекторного сигнала. Предложены новые алгоритмы адаптации на основе многоступенчатой многоскоростной обработки.

отличающийся от секторного обзора расширением диаграммы направленности антенны (ДНА) в азимутальном направлении и, как следствие, увеличением ширины полосы частот принимаемого траекторного сигнала. Как показал анализ спектральной структуры траекторного сигнала [2], для обеспечения равного азимутального разрешения по всем направлениям обзора и формирования РЛИ требуется неравномерное спектральное разрешение, в значительной степени возрастающее при переднем обзоре. Для реализации неравномерной частотной селекции азимутальных каналов было предложено использовать набор (банк) цифровых полосовых фильтров-дециматоров предварительной обработки широкополосного траекторного сигнала, «имитирующего» пространственно-частотное разделение азимутальных каналов, характерное для секторного обзора.

Общая структурная схема цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора приведена на рис.1. Входной траекторный сигнал $x_i(nT_1)$, в общем случае комплексный, подается на вход устройства предварительной обработки, включающего в себя набор из M ЦПФ, перестраиваемых по центральной частоте ω_{0j} и ширине полосы пропускания $2\omega_c, j = \overline{1, M}$, и блока адаптации. Задача первого блока – банка фильтров-дециматоров, выделить заданную полосу частот траекторного сигнала, соответствующую определенному азимутальному направлению ДНА в режиме секторного обзора, и понизить частоту дискретизации в V_j раз, пропорционально отношению частоты повторения зондирующих импульсов к ширине полосы частот j -ой составляющей траекторного сигнала. Предполагается, что при переходе от бокового обзора к переднему и формированию РЛИ в соответствующем азимутальном направлении ДНА равной ширины, полоса частот траекторного сигнала в значительной степени сужается, а, следовательно, возрастает коэффициент децимации V_j .

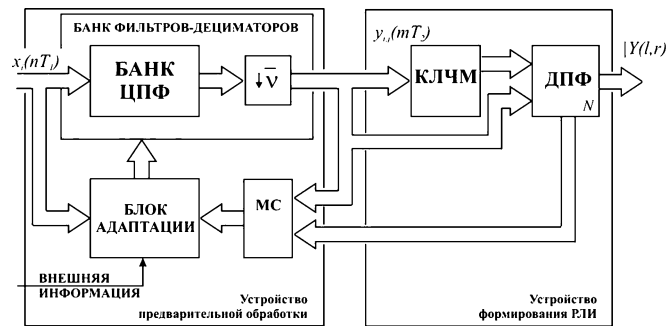


Рис. 1. Структурная схема цифрового приемника траекторного сигнала в режиме панорамного обзора

Задача второго блока - блока адаптации, - слежение за возможным непропорциональным уходом центральных частот ω_{0j} и ширины полосы частот траекторного сигнала на выходе каждого канального ЦПФ, вследствие траекторных нестабильностей и маневров носителя БРЛК, и автоматическая настройка соответствующих параметров набора полосовых фильтров-дециматоров. По внешней информации, поступающей от блока управления БРЛК, задается ширина сектора и направление обзора. Устройство формирования РЛИ по прореженным последовательностям траекторного сигнала $y_{i,j}(mT_{2j})$, $j = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, K}$, путем прямого вычисления ДПФ (в режиме «ДОЛ») или с использованием предварительной компенсации ЛЧМ (в режиме «ФСА») и оценки модуля элементов матрицы вычисленных коэффициентов Фурье $|Y(i, j)|$, синтезирует текущий кадр изображения.

В работе [7] рассмотрены два подхода к решению задачи предварительной обработки траекторного сигнала с помощью набора полосовых фильтров-дециматоров. Первый предполагает, что ширина полосы частот траекторного сигнала на выходе j -го ЦПФ изменяется в относительно небольших пределах (не более чем на половину ширины полосы пропускания), а уход по центральной частоте ω_{0j} компенсируется блоком адаптации по внешней информации о скорости и ускорении носителя БРЛК, траектории его полета и другим параметрам, однозначно определяющим уход доплеровских частот траекторного сигнала. Может также приниматься во внимание информация, поступающая с выхода устройства формирования РЛИ. В этом случае задача построения оптимальной структуры цифрового приемника траекторного сигнала сводится к оптимизации параметров в общем случае многоступенчатой пирамидальной структуры набора из M полосовых фильтров-дециматоров с заданными параметрами и свойствами частотной избирательности. При этом, с учетом возможного расширения полосы частот и некомпенсированного блоком адаптации ухода доплеровских частот, следует увеличить коэффициент перекрытия соседних частотных каналов как минимум в два раза, оставляя прежними значения центральных частот ω_{0j} каждого j -го фильтра, что позволит в последующем, на этапе формирования РЛИ, выполнить «подстройку» амплитудного спектра в каждой j -й полосе частот траекторного сигнала.

Второй подход к реализации устройства предварительной обработки траекторного сигнала полностью ориентируется на методы и алгоритмы автофокусировки и адаптации в частотной области с использованием устройства спектрального оценивания. По результатам спектрального оценивания решающее устройство блока адаптации производит оценку возможного ухода полосы частот траекторного

сигнала, используя один из алгоритмов автофокусировки, а блок перестройки параметров вносит соответствующую коррекцию центральных частот набора полосовых фильтров-дециматоров.

Задача оптимизации набора ЦПФ в рамках данной структуры устройства предварительной обработки траекторного сигнала должна строиться с учетом затрат на реализацию алгоритма спектрального оценивания и автофокусировки в частотной области. Предполагается, что спектральное оценивание ведется в расширенной полосе частот каждого отдельного j -го канала или по всей совокупности каналов с тем, чтобы учесть ее возможный уход при маневрах носителя БРЛК и траекторных нестабильностях.

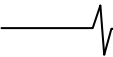
В свою очередь, как показано в [6], автофокусировка в частотной области может быть осуществлена одним из двух способов. В первом случае производится оценка ухода и трансформации полосы частот всего траекторного сигнала, как единого целого, по характерным перепадам спектра, например, по смещению верхней и нижней границ полосы частот (рис. 2).

Альтернативный способ предполагает, что адаптация выполняется независимо в каждом азимутальном канале, для полосы частот каждой составляющей на выходе набора полосовых фильтров-дециматоров. Первый подход проще в реализации и с позиции вычислительных затрат. Второй является более точным и универсальным, но требует существенного увеличения вычислительной нагрузки. В любом случае, в основе самой адаптации лежат методы оценки максимума мощности и корреляции в частотной области.

Ниже рассматривается дальнейшее развитие описанных способов построения блока адаптации на основе многоступенчатой многоскоростной обработки широкополосного траекторного сигнала.

Способ многоступенчатой адаптации по верхней границе полосы частот траекторного сигнала

Рассмотренные выше алгоритмы адаптации к спектральной структуре широкополосного траекторного сигнала строились исходя из предположения, что по оценке смещения границ его полосы частот с помощью набора узкополосных фильтров или корреляционной обработки текущего и эталонного дискретных спектров в каждом субполосном канале можно перестроить всю систему частотно-временной обработки траекторного сигнала и последующего формирования РЛИ. В том и другом случаях адаптация велась одноступенчато, по окончательным результатам обработки на выходах полосовых



фильтров-дециматоров, что «затягивает» процесс адаптации и неприемлемо с позиции требуемых динамических характеристик. В тоже время для узкополосных субполосных каналов «верхних» частот необходимо повышенное частотное разрешение, что требует значительного увеличения интервала преобразования и точности оценки смещения доплеровских частот. Поэтому

целесообразно перейти к многоступенчатой адаптации, т.е. при использовании квазиоптимальной комбинированной структуры набора ЦФФ оценку смещения и трансформацию спектра траекторного сигнала проводить поэтапно, от ступени к ступени, постепенно увеличивая точность оценок для более узкополосных субполосных каналов верхних частот.

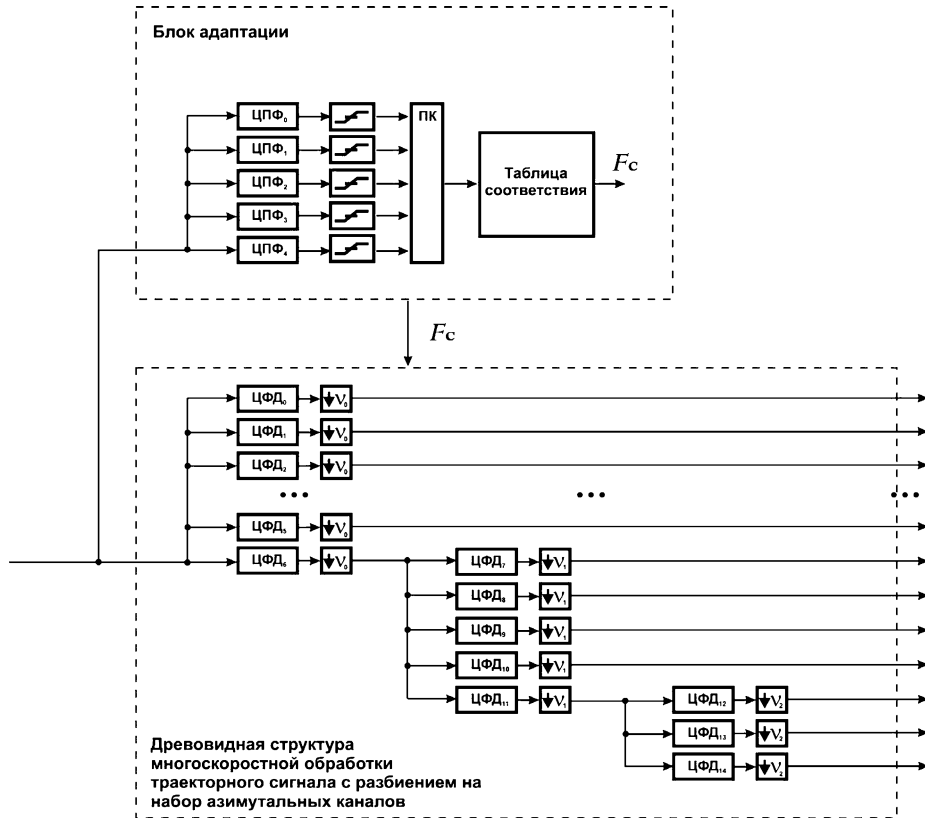


Рис. 2. Схема построения набора фильтров-дециматоров с адаптацией по всей полосе частот

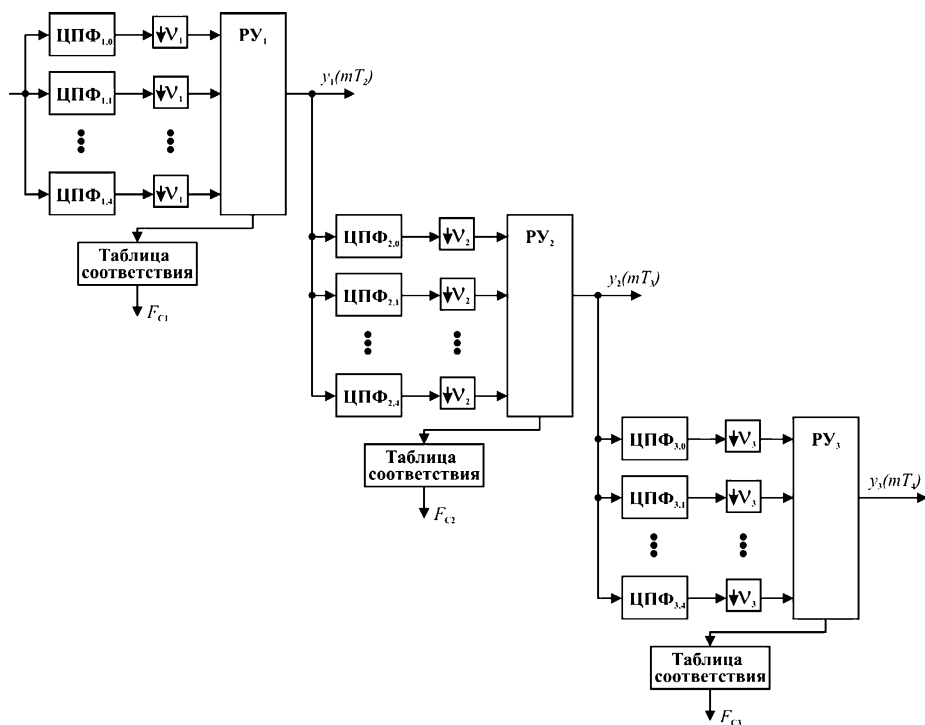


Рис. 3. Способ адаптации с многоступенчатой оценкой смещения полосы частот траекторного сигнала по ее верхней границе

На рис. 3 представлена схема построения блока адаптации с многоступенчатой оценкой смещения полосы частот траекторного сигнала по ее верхней границе. В отличие от схемы построения блока адаптации, представленной ранее [6,7], адаптация, как собственно и сама фильтрация, выполняются поэтапно. На первой ступени преобразования отслеживается общий уход полосы частот траекторного сигнала с точностью, определяемой шириной полосы частот входных ЦПФ. Эта «грубая» оценка F_{C_1} позволяет вести перестройку всей системы при быстрых высоко динамичных уходах полосы частот. Для повышения точности оценки смещения границ, в первую очередь на высокочастотных каналах, можно воспользоваться набором более узкополосных ЦПФ $_{ij}$ каждой i -ой последующей ступени преобразования. В свою очередь, более точные оценки F_{C_2} и F_{C_3} ухода полосы частот, полученные на последующих ступенях преобразования, могут использоваться для всех субполосных каналов при вычислении амплитудного спектра и формировании РЛИ.

Заметим, что каждый последующий набор перестраиваемых ЦПФ работает на пониженной частоте дискретизации (в V_1 раз – для 2-й ступени и в V_1V_2 - для 3-й ступени), что многократно уменьшает общие вычислительные затраты и память данных на их реализацию. Поэтому для более точной оценки ухода полосы частот траекторного сигнала можно увеличивать число полосовых фильтров от ступени к ступени, при незначительном повышении общих затрат.

Способ многоступенчатой адаптации на основе квазиоптимальной комбинированной структуры набора фильтров-дециматоров

В отличие от выше рассмотренного способа адаптации предполагается, что процесс адаптации совмещается с реализацией набора ЦПФ и, с целью оценки смещения полосы частот траекторного сигнала, в блоке оценки подвергается ДПФ с использованием алгоритма БПФ (рис. 4). Полученный Фурье-образ сравнивается с эталонным (вычисленным на предыдущем кадре обработки), и по оценке смещения нового Фурье-образа по отношению к эталонному, усредненному по всем субполосным каналам, входящим в первую ступень преобразования, принимается решение о величине ухода доплеровских частот F_{C_1} траекторного сигнала. В соответствии с этим перестраиваются по центральной частоте цифровые фильтры-дециматоры (ЦФД) не только первой, но и всех последующих ступеней преобразования. Причем, последний из набора ЦФД первой ступени фактически не участвует в процедуре оценки смещения, так как его задача – предварительное понижение частоты дискретизации на входах ЦФД второй и последующих ступеней преобразования. Вместе с тем, приблизительно равный уход всех частот широкополосного траекторного сигнала, включая и самые высокие частоты, требует пропорциональной перестройки центральных частот всех ЦФД первой ступени преобразования.

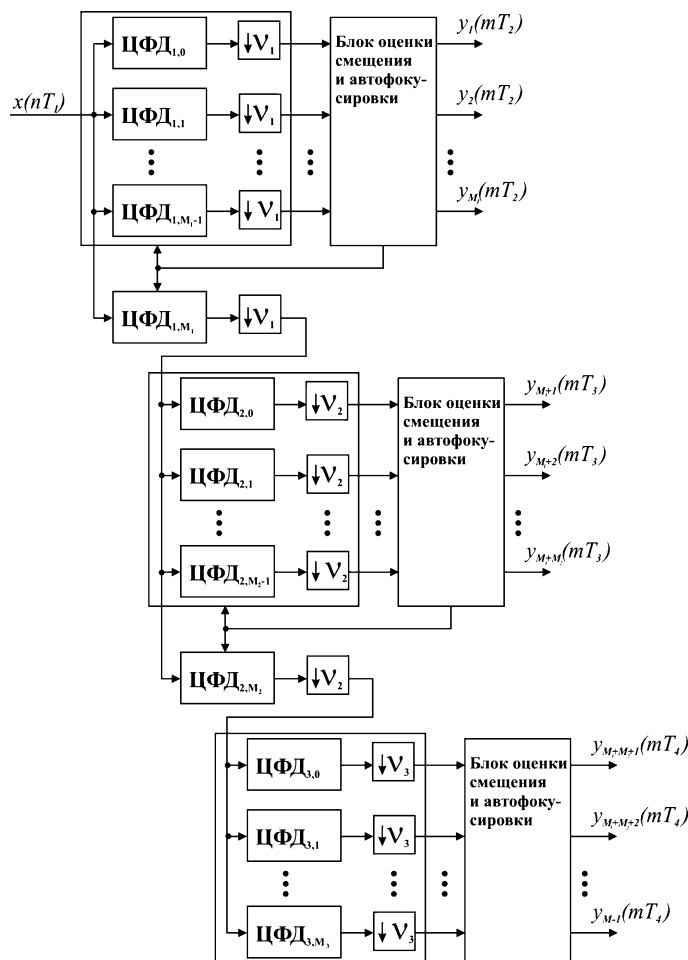


Рис. 4. Способ многоступенчатой адаптации на основе квазиоптимальной комбинированной структуры набора фильтров-дециматоров



На второй ступени преобразования аналогичную функцию выполняют вторая группа ЦФД, работающих на пониженной в V_1 раз частоте дискретизации, и процессор БПФ на выходе каждого субполосного канала. Поскольку интервал преобразования увеличивается в V_1 раз, во столько же раз увеличивается спектральное разрешение, а, следовательно, пропорционально возрастает и точность оценки смещения доплеровских частот, в основе определения которой лежит вычисление взаимной корреляции текущего и эталонного спектров. Заметим, что увеличение разрешающей способности по частоте и точности оценки смещения спектра траекторного сигнала на более высоких частотах является обязательным условием, если требуется равное пространственное разрешение по всем азимутальным направлениям в выбранном секторе передне-бокового обзора.

И, наконец, на третьей ступени преобразования, для самых высоких частотных составляющих, автоматическая фокусировка радиоизображения выполняется путем двухэтапной процедуры «грубой» настройки с использованием ЦФД первой и второй ступеней и более «точной» настройки, на основе собственной оценки смещения полосы частот траекторного сигнала.

Заключение

Таким образом, предложены два способа многоступенчатой адаптации на основе многоскоростной обработки широкополосного траекторного сигнала и алгоритмы их реализации с использованием набора перестраиваемых полосовых фильтров-дециматоров, позволяющие уменьшить вычислительные затраты, увеличить точность настройки системы и ускорить процесс адаптации. Первый способ предполагает многоступенчатую оценку смещения полосы частот траекторного сигнала по ее верхней границе, а второй – многоступенчатую адаптацию на основе комбинированной структуры набора фильтров-дециматоров и алгоритмов фильтрации в частотной области.

Ускорение процесса адаптации обусловлено тем, что настройка фильтров-дециматоров выполняется поэтапно, от ступени к ступени, не дожидаясь окончательного результата обработки на их выходах (т.е. в переходном процессе). Фактически фильтры-дециматоры реализуются как фильтры с растущей памятью. Последнее позволяет последовательно увеличивать точность оценок параметров адаптивной системы для более узкополосных субполосных каналов, используя «грубые» оценки смещения доплеровских частот предыдущих ступеней преобразования. Уменьшение приведенных вычислительных затрат связано с эффектом децимации, т.е. уменьшением частоты дискретизации и, соответственно, скорости входного потока данных на каждой последующей ступени преобразования и настройки адаптивной системы.

Литература

1. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. Учебное пособие \ Под ре. Г.С. Кондратенкова. – М.: Радиотехника, 2005. – 368 с.
2. Витязев В.В., Колодько Г.Н., Витязев С.В. Способы и алгоритмы формирования радиолокационного изображения в режиме доплеровского обужения луча \ Цифровая обработка сигналов, 2006, № 3, с. 31-41.
3. Витязев В.В., Колодько Г.Н., Воронков Д.В. Формирование радиолокационного изображения в режиме фокусируемого синтезирования апертуры ДНА \ Цифровая обработка сигналов, 2006, № 4, с. 34-40.
4. Витязев В.В., Колодько Г.Н., Витязев С.В. Селекция наземных движущихся целей на основе многоскоростной адаптивной обработки траекторного сигнала \ Цифровая обработка сигналов, 2007, № 1, с. 41-50.
5. Андреев Н.А., Витязев С.В., Витязев В.В. Алгоритмы адаптации к уходу доплеровских частот узкополосного траекторного сигнала \ Труды 11-й МНТК «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA'2009», Москва, ИПУ РАН, Т.1, с.111-114.
6. Андреев Н.А., Витязев С.В., Витязев В.В. Алгоритмы адаптивной многоскоростной обработки широкополосного траекторного сигнала \ Труды 12-й МНТК «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA'2010», Москва, ИПУ РАН, Т.1.
7. Андреев Н.А., Витязев С.В., Витязев В.В. Методы и алгоритмы адаптивной многоскоростной обработки траекторного сигнала в задачах радиовидения \ Цифровая обработка сигналов, 2010, № 1, с. 33-40.

ADAPTIVE DIGITAL RECEIVER BUILDING TECHNIQUES FOR RADAR IMAGING SYSTEM WITH PANORAMIC VIEW MODE

Andreev N.A.

A panoramic view mode of radar imaging system functionality is considered. The techniques of designing a structure of a receiver are offered. These techniques assume using of adaptive bandpass filter-decimator banks, which are adaptable to Doppler frequencies offset and transformation in a receiving signal. Two methods of designing an adaptive wideband processing structure are considered. New algorithms of adaptation based on multistage multirate signal processing are offered.

Keywords: radar imaging; multirate adaptive processing; Doppler; frequency; method; algorithm; filter.

УДК 621.396.96

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НА СИГНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРАХ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ СТРУКТУРЫ ЦИФРОВОГО ПРИЕМНИКА УЗКОПОЛОСНОГО ТРАЕКТОРНОГО СИГНАЛА

*Андреев Н.А., начальник отдела НТЦ ФГУП «Государственный рязанский приборный завод»,
Витязев В.В., д.т.н., зав. кафедрой ТОР Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: tor@rgria.ryazan.ru*

Ключевые слова: траекторный сигнал, многоскоростная обработка, доплеровская частота, методика оптимизации, формирующий фильтр.

Введение

Рассматривается задача оптимального проектирования на цифровых сигнальных процессорах (ЦСП) многоступенчатой структуры адаптивного узкополосного фильтра-дециматора в классе КИХ-цепей, предложенная в работе [1] применительно к обработке траекторного сигнала в режиме доплеровского обужения луча (ДОЛ). На рис.1 показан общий вид блока предварительной обработки узкополосного траекторного сигнала, включающего m ступеней децимации на основе фильтров N_i -го порядка с функциями передачи $H_i(j\omega)$, $i = 1, m$, выполняющих понижение частоты дискретизации в

$$v = \prod_{i=1}^m v_i$$

раз, и набора из M формирующих фильтров (ФФ) N_0 -го порядка с функцией передачи $H_0(j\omega)$, обеспечивающих согласование со спектральной структурой траекторного сигнала, работа на пониженной в v раз частоте дискретизации [2].

Решающее устройство (РУ) на выходе набора ФФ определяет уход полосы частот траекторного сигнала и передает соответствующую информацию в блок адаптации. Последний дополнительно оценивает ширину полосы частот обрабатываемого сигнала и

Представлена методика оптимального проектирования на сигнальных процессорах заданного семейства многоступенчатой структуры устройства предварительной обработки траекторного сигнала с адаптацией к уходу полосы доплеровских частот. Рассматриваются математическая формализация и решение задачи оптимизации параметров двух- и трехступенчатой структур набора полосовых формирующих фильтров. Методика оптимизации иллюстрируется примерами.

настраивает узкополосный фильтр-дециматор на соответствующую полосу частот.

Число ФФ M зависит от ширины полосы частот траекторного сигнала с учетом максимально возможного ухода (смещения) доплеровских частот и требуемой точности настройки цифрового приемника. Предполагается, что в режиме «захвата» полосы частот траекторного сигнала, когда информация об его «тонкой» структуре не известна, набор ФФ заменяется набором обычных полосовых фильтров с заданными шириной полосы пропускания и параметрами частотной избирательности, определяющими порядок N . В режиме «слежения» за уходом полосы частот траекторного сигнала порядок N и форма импульсной характеристики ФФ считаются заданными.

Задача заключается в оптимизации параметров многоступенчатой структуры набора из M ФФ (в частном случае полосовых) с заданным коэффициентом перекрытия их частотных характеристик и значением минимального порядка N , обеспечивающей минимизацию приведенных вычислительных затрат на реализацию в реальном времени.

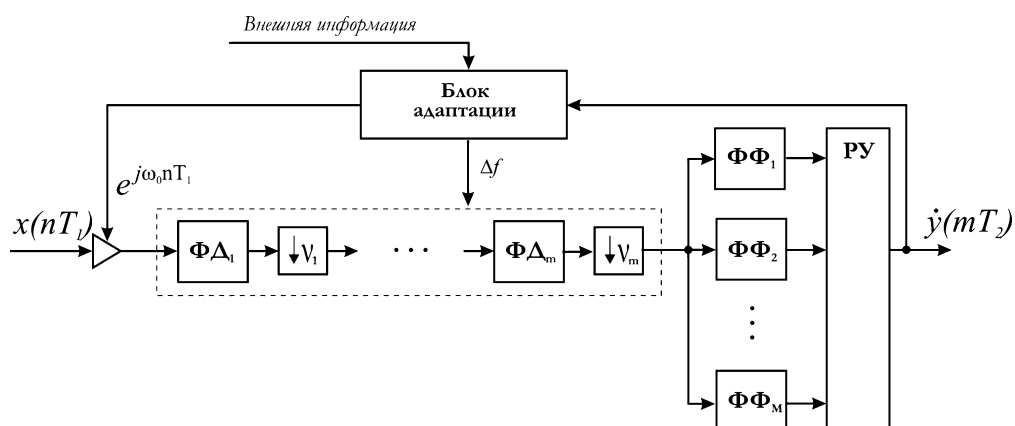


Рис. 1. Структурная схема устройства предварительной обработки траекторного сигнала.

Постановка и формализация задачи оптимального проектирования многоступенчатой структуры набора узкополосных ФФ

Задачу оптимального проектирования многоступенчатой структуры набора ФФ сформулируем следующим образом [3]: на множестве многоступенчатых структур $G_F^{D_l} \in G_F^D$, $l = 0, 1, \dots, m$, класса КИХ-цепей G_F^D , реализуемых с использованием вторичной дискретизации, найти подкласс $G_F^{D_k} \in G_F^{D_l}$ и составной оператор $F^k \in G_F^{D_k}$ вида $F^k = L^{D_k} \{F_0, F_1, \dots, F_k\}$ с заданной структурой L^{D_k} , такие, что

$$\begin{cases} \Phi^*(G_F^{D_k}, F^k) = V(G_F^{D_l}, F^l) \rightarrow \min_{G_F^{D_l}, F^l}; \\ \max_{\omega=-\pi, \pi} p(\omega) |H_B(j\omega, F^k) - H(j\omega)| \leq \varepsilon_{\text{дон}}; \\ S(G_F^{D_k}, F^k) \leq S_{\text{дон}}; \quad Q(G_F^{D_k}, F^k) \leq Q_{\text{дон}}; \quad D(G_F^{D_k}, F^k) \leq D_{\text{дон}}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\Phi^*(G_F^{D_k}, F^k)$ — целевая функция, выбираемая из критерия минимизации приведенных к периоду дискретизации T_1 входного сигнала временных затрат $V(G_F^{D_k}, F^k)$ на программно-аппаратную реализацию оператора F^k в подклассе $G_F^{D_k}$; $H_B(j\omega, F^k)$ и $H(j\omega)$ — воспроизводимая с допустимой погрешностью $\varepsilon_{\text{дон}}$ и желаемая функции передачи ФФ; $p(\omega)$ — весовая функция чебышевского приближения; $S(G_F^{D_k}, F^k)$ и $Q(G_F^{D_k}, F^k)$ — емкость внутрикристалльной памяти данных и емкость памяти программ, требуемые на программную реализацию оператора $F^k \in G_F^{D_k}$; $D(G_F^{D_k}, F^k)$ — дисперсия собственного шума на выходе цифрового устройства, реализующего оператор $F^k \in G_F^{D_k}$; $S_{\text{дон}}, Q_{\text{дон}}, D_{\text{дон}}$ — совокупность ограничивающих факторов, определяемых конкретными условиями программно-аппаратной реализации оператора $F^k \in G_F^{D_k}$. Допустимые ограничения на предельную емкость внутрикристалльной памяти данных $S_{\text{дон}}$ и внешней (внекристалльной памяти программ) $Q_{\text{дон}}$ определяются семейством ЦСП и способом организации памяти цифрового устройства, а допустимый уровень собственных шумов $D_{\text{дон}}$ зависит от требований, накладываемых на точность воспроизведения желаемых характеристик фильтра.

Предполагается, что точность аппроксимации $\varepsilon_{\text{дон}}$ желаемой функции передачи $H(j\omega)$ определяется заданными параметрами частотной избирательности (в случае полосовых фильтров, в режиме «захвата») или заданной точностью оценки смещения доплеровских частот в режиме «слежения».

Задачу оптимального проектирования в форме (1), как показано в [4], можно свести к последовательному решению двух задач: обратной аппроксимационной задаче чебышевского приближения в классе КИХ-цепей G_F , устанавливающей значение минимального порядка N эквивалентного ФФ, реализуемого по одноступенчатой структуре, с функцией передачи $H_B(j\omega)$, воспроизводимой в классе КИХ-цепей N -го порядка с заданной точностью:

$$\begin{cases} \Phi_1^*(\bar{F}_{opt}) = N(\bar{F}, \varepsilon_{\text{дон}}) \rightarrow \min_{\bar{F}}; \\ \max_{\omega=-\pi, \pi} p(\omega) |H_B(j\omega, \bar{F}_{opt}) - H(j\omega)| \leq \varepsilon_{\text{дон}}, \end{cases} \quad (2)$$

где \bar{F} — представление оператора $F \in G_F$ в классе КИХ-фильтров N -го порядка, реализуемого по прямой форме одноступенчатой структуры, и задаче выбора подкласса $G_F^{D_k} \in G_F^{D_k} \subset G_F$ операторов $F^k \in G_F^{D_k}$, минимизирующего общий объем приведенных временных затрат на программно-аппаратную реализацию многоступенчатой структуры фильтра $N_{\text{э}}$ -го порядка при известных ограничениях

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{D_k}, F^k) = V(G_F^{D_l}, F^l) \rightarrow \min_{G_F^{D_l}, F^l}; \\ S(G_F^{D_k}, F^k) \leq S_{\text{дон}}; \quad Q(G_F^{D_k}, F^k) \leq Q_{\text{дон}}; \\ D(G_F^{D_k}, F^k) \leq D_{\text{дон}}; \quad N_{\text{э}}(G_F^{D_k}, F^k) \geq N. \end{cases} \quad (3)$$

Решение задачи оптимального проектирования многоступенчатой структуры набора ФФ в форме (2) и (3) предполагает на первом этапе расчет минимального значения порядка N эквивалентного одноступенчатого ФФ, при котором гарантируется воспроизведение желаемой частотной характеристики $H(j\omega)$ с заданной точностью $\varepsilon_{\text{дон}}$, и на втором этапе — структурный синтез по критерию (3) с определением оптимального числа ступеней k_{opt} и оптимальных значений параметров $N_{i, opt}, v_{i, opt}$ для каждой i -ой ступени преобразования, $i = 0, k_{opt}$, при условии, что порядок $N_{\text{э}}(G_F^{D_k}, F^k)$ эквивалентного по свойствам частотной избирательности одноступенчатого ФФ $N_{\text{э}}(G_F^{D_k}, F^k) \geq N$.

Постановка задачи оптимального проектирования в форме (1) и (3) носит общий характер и требует раскрытия математического описания целевой функции и области ограничений для каждой $(l+1)$ -ступенчатой структуры фильтра, реализуемого в конкретных условиях (при всех $l = 1, m$). Поэтому решению задачи оптимального проектирования предшествует этап формализации входящих в (1) и (3) выражений общего вида.

Функциональную зависимость между порядком $N_{\text{э}}$ эквивалентного ФФ и параметрами N_i, v_i , $i = 0, l$, $(l+1)$ -ступенчатой структуры, представленной на рис.1, запишем в виде

$$N_{\text{э}} = N_0 V = N_0 \prod_{i=1}^l v_i,$$

где N_0 — порядок ФФ, работающих на пониженной частоте дискретизации; V — общий коэффициент прореживания (децимации) многоступенчатой структуры входного фильтра-дециматора.

Для заданных фиксированных значений параметров частотной избирательности $(\alpha, \beta, \varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}})$ эквивалентного НЧ фильтра (в случае реализации набора полосовых фильтров) порядок основного фильтра принимает значение [4]:

$$N_0 = \alpha \frac{\beta}{\nu} L \left(\frac{\varepsilon_{1\text{дон}}}{l+1}, \varepsilon_{2\text{дон}} \right),$$

где $\alpha = \omega_{c1}/(\omega_{c2} - \omega_{c1})$ — показатель прямоугольности АЧХ; $\beta = 2\pi/\omega_{c1}$ — показатель узкополосности фильтра; $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — логарифмический показатель частотной избирательности, принимающий приближенное значение

$$L^*(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = -\frac{2}{3} \lg 10 \varepsilon_1 \varepsilon_2;$$

ω_{c1} - частота среза полосы пропускания; ω_{c2} - частота среза зоны непрозрачности фильтра в приведенных к периоду дискретизации значениях; $\mathcal{E}_{1\text{дон}}$ - допустимая неравномерность (спад) АЧХ эквивалентного фильтра в полосе пропускания; $\mathcal{E}_{2\text{дон}}$ - допустимый уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности.

Пусть даны оценки приведенных временных затрат и затрат памяти на программно-аппаратную реализацию i -ой ступени фильтра-дециматора в виде функций вида

$$V_{T_i}(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i); S(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i); Q(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i), \quad i = \overline{1, l}, \quad (4)$$

а оценки затрат на реализацию одного формирующего фильтра — системой функций вида

$$V_{T_{l+1}}(G_F^{D\Phi_l}, N_0); S_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0); Q_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0). \quad (5)$$

Конкретные выражения функций (4) и (5) в случае реализации на ЦСП семейства TMS 320C6713 и семейства ADSP TS201 для полифазной формы построения фильтров-дециматоров и формирующего фильтра представлены в таблице 1.

Используя введенные ранее описания (4) и (5), объединенные оценки приведенных к периоду T_1 временных затрат и затрат памяти на реализацию $(l+1)$ -ступенчатой структуры набора из M фильтров запишем в виде

$$\begin{cases} V(G_F^{Dl}, F^l) = \sum_{i=1}^l \frac{1}{\prod_{j=1}^i v_j} [V_i(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i)] + \frac{M}{\prod_{j=1}^l v_j} V_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0) \\ S(G_F^{Dl}, F^l) = \sum_{i=1}^l S_i(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i) + S_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0); \\ Q(G_F^{Dl}, F^l) = \sum_{i=1}^l Q_i(G_F^{Dl_i}, N_i, v_i) + M Q_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0). \end{cases} \quad (6)$$

Формализованное описание функции $D(G_F^{Dl}, F^l)$, определяющей зависимость дисперсии собственного шума $(l+1)$ -ступенчатой структуры фильтра от оптимизируемых параметров $N_i, v_i, i = \overline{0, l}$, является самостоятельной задачей, решение которой на множестве подклассов $G_F^{Dl}, l = \overline{1, m}$, должно предшествовать решению общей задачи

оптимального проектирования $(m+1)$ -ступенчатой структуры фильтра. Вместе с тем, как показывает практика построения подобных систем, поиск эффективной многоступенчатой структуры и расчет оптимальных значений ее параметров достаточно провести, по крайней мере, на первом этапе проектирования, без учета ограничений на допустимый уровень собственных шумов. Выбор числа ступеней преобразования и расчет оптимальных значений ее параметров по критерию, фактически обеспечивающему минимизацию суммарного порядка всех преобразующих фильтров, одновременно приводит и к уменьшению влияния собственных шумов: чем меньше объем вычислений, тем меньше уровень выходного шума. Поэтому в дальнейшем решение задачи оптимального проектирования в формах (1) и (3) рассматривается без учета ограничений на допустимый уровень собственного шума на выходе фильтра.

Решение задачи оптимизации структуры и параметров цифрового приемника узкополосного траекторного сигнала

Оптимальный синтез двухступенчатой структуры

Общий вид двухступенчатой структуры устройства предварительной обработки траекторного сигнала с использованием набора узкополосных формирующих фильтров представлен на рис. 2. С помощью ФД N_1 -го порядка с функцией передачи $H_1(j\omega)$ частота дискретизации входного сигнала $x(nT_1)$ уменьшается в v_1 раз. Формирующие фильтры N_0 -го порядка каждый имеют функции передачи $H_{0,k}(j\omega)$, где $k = \overline{1, M}$, и работают на пониженной в v_1 раз частоте дискретизации $T_2 = v_1 T_1$.

Задачу оптимального проектирования двухступенчатой структуры набора фильтров в форме (3), используя формализованное описание целевой функции и области ограничений (6), сформулируем следующим образом: в подклассе двухступенчатых структур $G_F^{Dl_2}$ класса КИХ-цепей $G_F^{Dl_2} \in G_F^D$ найти оператор $F_{opt}^2 \in G_F^{Dl_2}$ с заданной структурой L^{Dl_2} , такой, что

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Dl_2}, F_{opt}^2) = \left[V_{T_1}(G_F^{Dl_1}, N_1, v_1) + \frac{M}{v_1} V_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0) \right] \rightarrow \min_{N_0, N_1, v_1}; \\ S(G_F^{Dl_2}, F_{opt}^2) = S(G_F^{Dl_1}, N_1, v_1) + S_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0) \leq S_{\text{дон}}; \\ Q(G_F^{Dl_2}, F_{opt}^2) = Q(G_F^{Dl_1}, N_1, v_1) + Q_0(G_F^{D\Phi_l}, N_0) \leq Q_{\text{дон}}; \\ N_{\text{э}}(G_F^{Dl_2}, F_{opt}^2) = N_0 v_1 \geq N_{\text{дон}}, v_1 \leq \beta / (M + 2). \end{cases} \quad (7)$$

Таблица 1

Подкласс	Оценка затрат					
	ADSP-TS201			TMS 320C6713		
	$V_T(G_F^P, N, v)$	$S(G_F^P, N, v)$	$Q(G_F^P, N, v)$	$V_T(G_F^P, N, v)$	$S(G_F^P, N, v)$	$Q(G_F^P, N, v)$
G_F^{Dl}	$\frac{N}{2v} + 9$	N	N	$\frac{N}{2v} + 7$	N	N
$G_F^{D\Phi}$	$\frac{N}{2} + 5$	N	N	$\frac{N}{2} + 4$	N	N

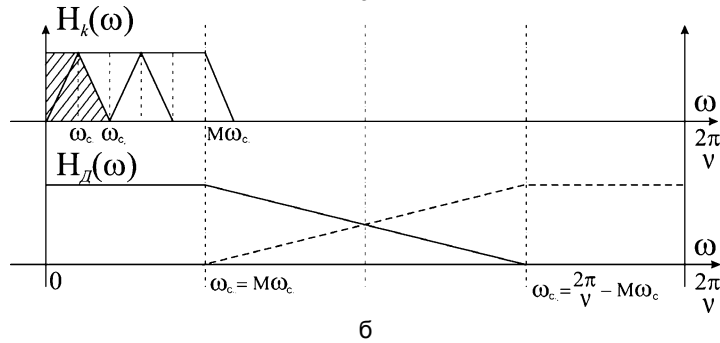
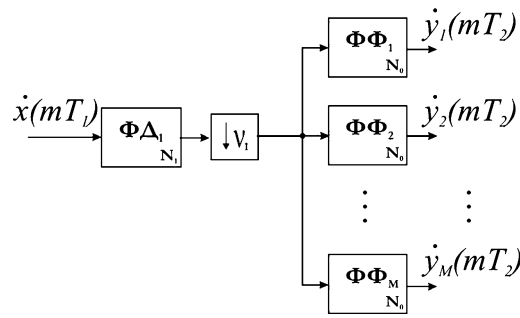


Рис. 2. Двухступенчатая структура набора формирующих фильтров

Оператор $F_{opt}^2 \in G_F^{L_2}$ при заданной структуре L^{L_2} является функцией оптимизируемых параметров N_1 , N_0 и V . Для полифазной формы построения фильтра-дециматора (подкласс $G_F^{L_2}$) и прямого способа программной реализации формирующих фильтров (подкласс $G_F^{L\Phi}$) на ЦСП семейства ADSP TS201 с использованием только внутрикристалльной памяти данных задача оптимального проектирования (7), с учетом описания функциональных зависимостей (4) и (5), представленных в табл. 1, может быть сведена к решению следующей задачи параметрической оптимизации:

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{L_2}, F_{opt}^2) = \left[\frac{N_1}{v_1} + \frac{M(N_0 + 5)}{v_1} \right] \rightarrow \min_{v_1, N_0}; \\ 2N_1 + 2N_0 \leq S_{\text{don}}, \\ N_1 + MN_0 \leq Q_{\text{don}}. \end{cases} \quad (8)$$

где S_{don} и Q_{don} — выделенные ресурсы внутрикристалльной памяти данных и памяти программ ЦСП заданного семейства.

Описание области ограничений задачи (8) является неполным, так как не учитывает функциональные зависимости параметров N_1 и V друг от друга. Пусть заданы значения показателей частотной избирательности проектируемого фильтра $(\alpha, \beta, \varepsilon_{1\text{don}}, \varepsilon_{2\text{don}})$. Тогда с учетом представлений [4], для набора из M фильтров с коэффициентом перекрытия соседних частотных каналов $k = 2\omega_c / \Delta\omega_0 = 2$, порядки фильтров

$$N_0 = \alpha \frac{\beta}{v_1} L\left(\frac{\varepsilon_{1\text{don}}}{2}, \varepsilon_{2\text{don}}\right); \quad N_1 = \frac{v_1 \beta}{\beta - v_1(M+1)} L\left(\frac{\varepsilon_{1\text{don}}}{2}, \varepsilon_{2\text{don}}\right),$$

$$\text{где } L\left(\frac{\varepsilon_{1\text{don}}}{2}, \varepsilon_{2\text{don}}\right) = -\frac{2}{3} \lg 5 \varepsilon_{1\text{don}} \varepsilon_{2\text{don}},$$

устанавливающих связь порядков N_0 и N_1 с параметрами частотной избирательности проектируемого фильтра, получим

$$N_1 = v_1^2 N_0 / \alpha [\beta - (M+1)v_1]. \quad (9)$$

Подставив выражение (9) в систему неравенств (8) и исключив третье граничное условие по отношению ко второму ($Q_{\text{don}} \gg S_{\text{don}}$), задачу оптимального проектирования представим в следующей форме:

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{L_2}, F_{opt}^2) = \left[\frac{v_1 N_0}{\alpha [\beta - (M+1)v_1]} + \frac{M(N_0 + 5)}{v_1} \right] \rightarrow \min_{v_1, N_0}; \\ \frac{2v_1^2 N_0}{\alpha [\beta - (M+1)v_1]} + 2N_0 \leq S_{\text{don}}, \\ N_0 v_1 > N_{\text{don}}; \quad v_1 \leq \beta / (M+2); \quad N_0 > 0; \quad v_1 > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Задача (10) относится к классу задач нелинейного целочисленного программирования, так как оптимизируемые параметры N_0 и v_1 принимают только положительные целочисленные значения. Простой и эффективный способ решения задачи (10), вытекающий из особенностей поведения целевой функции и дискретного характера оптимизируемых параметров, состоит в следующем. Для всех целочисленных значений коэффициента прореживания $v_1 = v_{1i}$ от $v_{1i} = 2$ до $v_{1k} = \lfloor \beta / (M+2) \rfloor$ по системе неравенств (10) для каждого v_{1i} , принимающего постоянное целочисленное значение v_{1i} , находится минимум i -го сечения целевой функции $\Phi_2^*(N_0, v_1)$ плоскостью $v_1 = v_{1i} = \text{const}$ в области ограничений (10), который определяет оптимальное значение порядка $N_{0i\text{opt}}$ для i -го сечения. Далее из множества сечений с параметрами $(v_{1i}, N_{0i\text{opt}})$ находится сечение, определяющее оптимальное сочетание параметров $(v_{1\text{opt}}, N_{0\text{opt}})$, для которого целевая функция (10) принимает минимальное значение.

Пример. Рассчитать оптимальные по критерию (10) значения параметров $v_{1\text{opt}}$ и $N_{0\text{opt}}$ двухступенчатой структуры набора из $M = 5$ узкополосных фильтров (рис.2.) с показателями прямоугольности и узкополосно-

сти АЧХ: $\alpha = 2$ и $\beta = 400$, реализуемых в реальном времени на ЦСП семейства ADSP TS201. Предполагается, что на один канал дальности выделяется до 1024 ячеек внутрикристалльной памяти данных, а порядок эквивалентного НЧ фильтра $N_{\text{дон}} \geq 2133$, что обеспечивает воспроизведение желаемых частотных характеристик со следующими параметрами частотной избирательности: $\varepsilon_{1\text{дон}} = 0,01$; $\varepsilon_{2\text{дон}} = 0,001$.

Подставив в (10) заданные значения параметров α, β, M и $S_{\text{дон}}$, получим

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_2^*(G_F^{D_2}, F_{\text{opt}}^2) &= \left[\frac{v_1 N_0}{2(400 - 6v_1)} + \frac{5(N_0 + 5)}{v_1} \right] \rightarrow \min_{v_1, N_0}; \\ \frac{v_1^2 N_0}{(400 - 6v_1)} + 2N_0 &\leq 1024, \\ N_0 v_1 > 2133; \quad v_1 &\leq 57; \quad N_0 > 0; \quad v_1 > 0. \end{aligned} \right.$$

Результаты расчета оптимальных значений параметров $v_{1\text{opt}}$ и $N_{0\text{opt}}$ по предложенной методике, иллюстрирующие достижимую эффективность двухступенчатой реализации набора фильтров, сведены в таблицу 2.

В заключение отметим, что при реализации набора фильтров с заданными параметрами частотной избирательности по прямой одноступенчатой форме с максимально допустимым коэффициентом децимации $v_{\text{дон}} = 57$ минимальные вычислительные затраты составят $V(G_F^{\text{ПЧ}}, N) = 187$. Таким образом, требуемые вычисли-

тельные затраты уменьшаются почти на порядок. Что касается памяти данных, то при использованной методике расчета она принимает значение, близкое к допустимому $S_{\text{дон}} = 1024$. При этом порядок эквивалентного НЧ фильтра $N_{\text{э}} = N_0 v_1$ принимает максимально достижимое значение для заданного ограничения на выделенные ресурсы памяти данных. Если в качестве граничного условия использовать порядок эквивалентного НЧ фильтра $N_{\text{э}} = 2133$, достаточный для обеспечения заданной частотной избирательности, то требование к памяти данных для всех значений коэффициента децимации v_{1i} , отличных от оптимального значения $v_{\text{opt}} = 48$, будет существенно снижено.

Оптимальный синтез трехступенчатой структуры

Общий вид трехступенчатой структуры устройства предварительной обработки траекторного сигнала с использованием набора узкополосных формирующих фильтров представлен на рис. 3. С помощью фильтра-дециматора ФД₁ N_1 -го порядка с функцией передачи $H_1(j\omega_1)$ частота дискретизации входного сигнала $x(nT_1)$ уменьшается в v_1 раз. На второй ступени преобразования фильтр-дециматор ФД₂ N_2 -го порядка с функцией передачи $H_2(j\omega_2)$, работающих на пониженной в v_1 раз частоте дискретизации, уменьшает частоту дискретизации выходного сигнала $v_2(mT_3)$ в v_2 раз. Формирующие фильтры N_0 -го порядка каждый имеют функции передачи $H_{0,k}(j\omega_3)$, где $k = 1, M$, и работают на пониженной в $v = v_1 v_2$ раз частоте дискретизации $T_3 = v_1 v_2 T_1$.

Таблица 2.

v_{1i}	10	15	20	30	40	45	46	47	48	49	50
N_{0i}^S	446	375	298	168	85	58	52	49	45	41	38
$v_{1i} N_{0i}^S$	4460	5625	5960	5040	3400	2610	2392	2303	2160	2009	1900
N_{1i}	66	136	213	344	425	451	443	458	462	-	-
$\Phi_2^*(N_{0i}, v_{1i})$	242	144	96	50	32	26	24,9	24,4	23,8	-	-

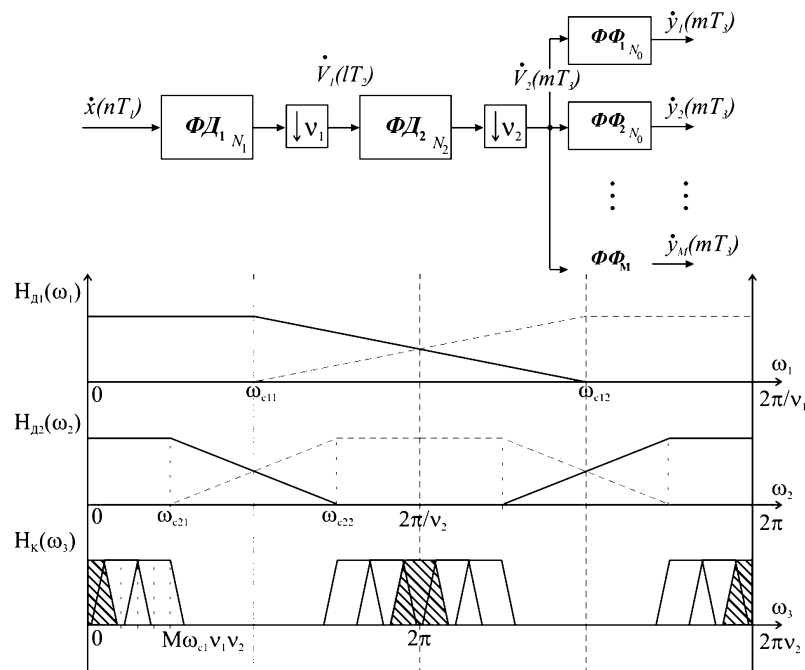


Рис. 3. Трехступенчатая структура набора формирующих фильтров

Таблица 3.

v_1, v_{2opt}	4, 14	8, 7	10, 5	14*, 4*	16, 3	18, 3	28, 2
N_0	38	38	43	38	45	40	38
N_1	12	24	32	47	57	67	128
N_2	233	116	54	67	29	43	33
$S(G_F^{D_3}, F^3)$	566	356	258	304	262	300	398
$\Phi_2^*(G_F^{D_3}, F^3)$	22,1	19,5	18,9	18,1	18,8	18	18,4

Задачу оптимального проектирования трехступенчатой структуры набора фильтров в форме (3), используя формализованное описание целевой функции и области ограничений (6), сформулируем следующим образом: в подклассе трехступенчатых структур $G_F^{D_3}$ класса КИХ-цепей $G_F^{D_3} \in G_F^{D_3}$ найти оператор $F_{opt}^3 \in G_F^{D_3}$ с заданной структурой L^{D_3} , такой, что

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_2^*(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & \left[\begin{aligned} & V_1(G_F^{D_1}, N_1, v_1) + \frac{1}{v_1} V_2(G_F^{D_2}, N_2, v_2) + \\ & + \frac{M}{v_1 v_2} V_0(G_F^{D_3}, N_0) \end{aligned} \right] \rightarrow \min_{N_0, N_1, N_2, v_1, v_2}; \quad (11) \\ S(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & S_1(G_F^{D_1}, N_1, v_1) + S_2(G_F^{D_2}, N_2, v_2) + S_0(G_F^{D_3}, N_0) \leq S_{дон}; \\ Q(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & Q_1(G_F^{D_1}, N_1, v_1) + Q_2(G_F^{D_2}, N_2, v_2) + Q_0(G_F^{D_3}, N_0) \leq Q_{дон}; \\ N_3(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & N_0 v_1 v_2 \geq N_{дон}, v_1 \leq \beta / (M+2), v_2 \leq \beta / v_1 (M+2). \end{aligned} \right.$$

Для программной реализации на ЦСП семейства ADSP TS201 задача оптимального проектирования (11) набора из M узкополосных фильтров с заданными значениями показателя прямоугольности АЧХ α и показателя узкополосности β может быть, аналогично (10), с учетом функциональных зависимостей:

$$N_1 = \frac{v_1^2 v_2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1]}; \quad N_2 = \frac{v_1 v_2^2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1 v_2]},$$

приведена к виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_2^*(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & \frac{v_1 v_2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1]} + \frac{v_2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1 v_2]} + \\ & + \frac{M(N_0 + 5)}{v_1 v_2} + \frac{9(1+v_1)}{v_1} \rightarrow \min_{N_0, N_1, N_2, v_1, v_2}; \quad (12) \\ \frac{v_1^2 v_2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1]} + & \frac{v_1 v_2^2 N_0}{\alpha[\beta - (M+1)v_1 v_2]} + N_0 \leq S_{дон} / 2; \\ N_3(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & N_0 v_1 v_2 \geq N_{дон}, v_1 \leq \beta / (M+2), v_2 \leq \beta / v_1 (M+2). \end{aligned} \right.$$

Рассмотрим применение данной методики для расчета оптимальных параметров трехступенчатой структуры на примере, описанном на стр. 7. Подставив в (12) значения исходных параметров α, β, M и $S_{дон}$, получим

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_2^*(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & \frac{v_1 v_2 N_0}{2(400 - 6v_1)} + \frac{v_2 N_0}{2(\beta - 6v_1 v_2)} + \\ & + \frac{M(N_0 + 5)}{v_1 v_2} + \frac{9(1+v_1)}{v_1} \rightarrow \min_{N_0, v_1, v_2}; \\ \frac{v_1^2 v_2 N_0}{2(\beta - 6v_1)} + & \frac{v_1 v_2^2 N_0}{2(400 - 6v_1 v_2)} + N_0 \leq 512; \\ N_3(G_F^{D_3}, F_{opt}^3) = & N_0 v_1 v_2 \geq 2133, v_1 \leq 57, v_2 \leq 57 / v_1. \end{aligned} \right.$$

Результаты расчета для дискретных значений оптимизируемых параметров v_1, v_{2opt} сведены в табл. 3.

Сравнительный анализ двух- и трехступенчатой структур друг с другом показывает, что при переходе к трехступенчатой структуре вычислительные затраты уменьшаются в 1,3 раза, а память данных – в 3 раза. Очевидно, что переход к четырехступенчатой структуре в рассматриваемом примере не даст заметного выигрыша в минимизации вычислительных затрат памяти данных.

Заключение

Таким образом, проведенные в работе исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Математически формализована задача оптимального проектирования на сигнальных процессорах многоступенчатой структуры адаптивного узкополосного фильтра-дециматора на основе набора формирующих фильтров, перекрывающих заданную полосу ухода доплеровских частот траекторного сигнала.

2. Получены аналитические соотношения, связывающие друг с другом основные структурные параметры многоступенчатой реализации набора узкополосных формирующих фильтров с последовательным понижением частоты дискретизации на выходе системы.

3. Проведен оптимальный синтез двух- и трехступенчатых структур набора формирующих фильтров с заданным коэффициентом перекрытия их АЧХ для ЦСП семейства ADSP TS201 TigerSHARC фирмы Analog Devices.

4. Показано, что для рассматриваемой задачи построения адаптивного цифрового приемника узкополосного траекторного сигнала оптимальная структура обеспечивает уменьшение общих вычислительных затрат более чем в 10 раз и памяти данных – в 2-4 раза.

Литература

1. Витязев В.В., Колодыко Г.Н., Витязев С.В. Способы и алгоритмы формирования радиолокационного изображения в режиме доплеровского облучения луча // Цифровая обработка сигналов, 2006, № 3, с. 31-41.
2. Андреев Н.А., Витязев С.В., Витязев В.В. Алгоритмы адаптации к уходу доплеровских частот узкополосного траекторного сигнала // Труды 11-й МНТК «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA'2009», Москва, ИГУ РАН, Т.1, с.111-114.
3. Андреев Н.А., Витязев В.В. Оптимальное проектирование на сигнальных процессорах многоступенчатой структуры адаптивного узкополосного фильтра-дециматора предварительной обработки траекторного сигнала // Труды 10-й МНТК «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA'2008», Москва, ИГУ РАН, Т.2, с.598-601.
4. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993, 240 с.

НОВАЯ РУБРИКА: «ПЕРВЫЕ ШАГИ В НАУКЕ»

Начиная с этого номера журнал «Цифровая обработка сигналов» открывает новую рубрику: «Первые шаги в науке». Авторами, представленных работ, как правило, являются студенты и аспиранты – победители конкурса на лучший научный доклад, который традиционно проводится в рамках ежегодной международной научно-технической конференции (МНТК) «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA». Публикуемые ниже статьи дополняют и расширяют материалы докладов, представленных молодыми учеными на 12-й МНТК «DSPA'2010» (ИПУ РАН, г. Москва). В последующих номерах журнала планируется дальнейшая публикация представленных работ.

УДК 004.383.3:621.376.9:004.942

ГИДРОАКУСТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СВЯЗИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ПОДВОДНЫМИ РОБОТАМИ

*Линник М.А., аспирант кафедры вычислительной техники (ВТ), Тихоокеанского государственного университета (ТОГУ), Института проблем морских технологий (ИПМТ) ДВО РАН, mikelinnik@rambler.ru.
Научный руководитель - Бурдинский И.Н., доцент, к.т.н., доцент кафедры ВТ ТОГУ, ИПМТ ДВО РАН.
Научный консультант - Миронов А.С., старший преподаватель кафедры ВТ, ТОГУ, ИПМТ ДВО РАН.*

Ключевые слова: гидроакустическая система связи, модем, модуляция, программируемые логические интегральные схемы, отношение сигнал/шум, относительное число ошибок (BER), корреляционная функция, M -последовательности.

Введение

Основными требованиями, предъявляемыми к беспроводным системам связи, в независимости от среды передачи и вида используемых сигналов, остаются *скорость* и *достоверность* передаваемой информации. Усилия разработчиков различных модулей гидроакустических систем связи (ГАСС) в первую очередь направлены на достижение высоких показателей качества, но при этом не должны уходить на второй план и такие важные для автономных систем показатели как *энергопотребление* и *надежность*, что напрямую зависит от используемой элементной базы.

Задачей работы является разработка и оптимизация алгоритмов работы модулей ГАСС, связанных с излучением, детектированием и декодированием информационного сигнала (сообщения), с целью улучшения основных показателей системы в целом.

Принцип работы большинства современных ГАСС основан на излучении и приеме информационных символов, в которых в качестве различительного признака выступают частота и фаза сигнала. Декодирование принимаемого символа основано на предположении, что прямой сигнал имеет максимальную амплитуду, а уровень донных и поверхностных отражений ниже. Чтобы обеспечить режим выбора максимального сигнала, в течение сеанса связи ведется оценка передаточной характеристики канала связи и выравнивание модулей коэффициентов передачи на всех рабочих частотах.

Рассматриваются вопросы улучшения качественных показателей гидроакустической системы связи подводного робота. Описаны результаты математического моделирования алгоритмов функционирования приемо-передатчика системы связи. Представлены реализация исследуемых алгоритмов с применением технологии FPGA и результаты натурных испытаний опытного образца системы в условиях мелкого моря.

Математическое моделирование

В качестве исследуемого алгоритма функционирования модема ГАСС был выбран комбинированный метод, соединяющий в себе элементы квадратурной фазовой манипуляции (QPSK) и частотной модуляции (FSK) [1]. Частота и фаза символа принимают четыре значения: частота – $f_{1..4}$, фаза – $\varphi_{1..4}$, что дает возможность кодировать четыре бита на символ. Для анализа работы модема (*достоверность определения информации (BER)*) при различных параметрах модуляции (длительность символа t_s , относительная частота $f^* = f_a/f_s$, f_s – несущая частота сигнала) и соотношениях сигнал/шум (SNR) использовалась разработанная математическая модель в среде MATLAB v.7.8 [2]. Передача телеметрических сигналов ($BER < 10^{-2}$ [3]) по данным математического моделирования для $t_s = 0,667$ мс и $f^* = 4$ возможна при $SNR > -3$ дБ.

Пакет данных состоит из 256 символов (1024 бит). Формат информационного сообщения представлен на рис. 1. В него включены также сигнал синхронизации и пилот-сигнал. Кроме того, пакет данных разбит на 4 информационного сегмента. Каждый сегмент содержит 4 пилот-символа и 64 информационных символов. По синхросигналу происходит определение момента прихода пакета, корректировка фазы синхронизации и настройка параметров приемного тракта.

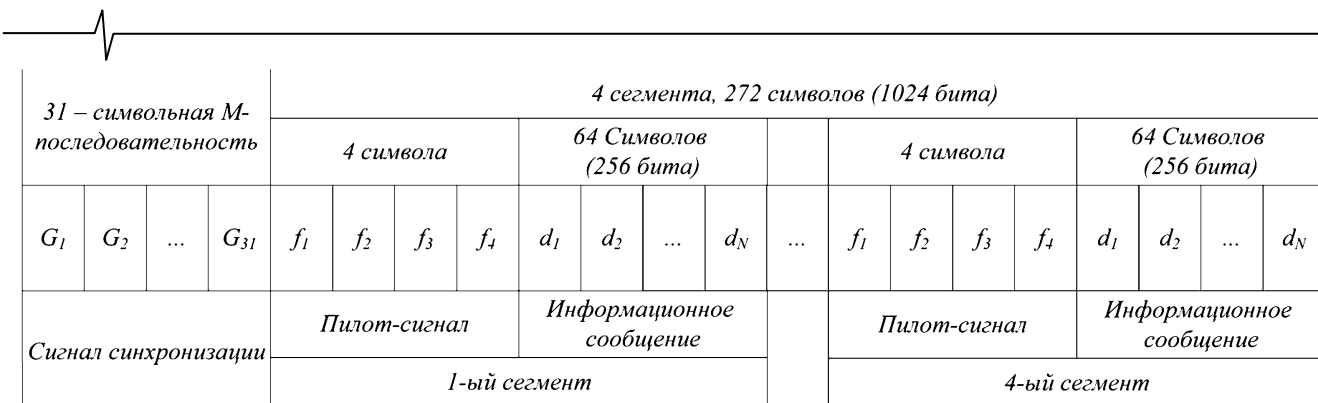


Рис. 1. Формат информационного сообщения

Сигнал синхронизации представляет собой фазоманипулированный сигнал (BPSK) частотой f_1 . В качестве синхронизирующего сигнала была выбрана 31-символьная M -последовательность, обладающая высокой степенью автокорреляции, что позволяет с высокой достоверностью определить момент прихода сигнала [4]. Основным методом для детектирования M -последовательностей является вычисление корреляционной функции принимаемого сигнала с маской:

$$R_k = \sum_{i=0}^{C_S \cdot n - 1} S_{k+i} \cdot M_i, \quad (1)$$

где n – количество семплов в символе, S_{k+i} – входные данные, M_i – отсчеты маски, k – номер символа, C_S – количество символов в M -последовательности.

Детектирование сигнала основывается на поиске максимума корреляционной функции, который должен удовлетворять критерию достоверности. Один из вариантов определения критерия достоверности заключается в нахождении величины отношения максимумов двух корреляционных функций – для излучаемой и неизлучаемой M -последовательности [5]:

$$r = \max_k (R_k^1) / \max_k (R_k^2), \quad r \geq r_{\min}, \quad (2)$$

где R_k – значение корреляционной функции, r_{\min} – заданный порог детектирования.

При помощи численного моделирования было выяснено, что для 31-символьной M -последовательности, при $SNR \geq -3$ дБ, $r_{\min} \geq 2$.

Пилот-сигнал добавлен для автоматической адаптации параметров приемного тракта к каналу связи в полосе рабочих частот ГАСС в начале каждого сегмента. Его обработка позволяет получить оценки АЧХ и ФЧХ канала [6]. Пилот-сигнал является детерминированным и содержит колебания всех рабочих частот фиксированной амплитуды и фазы. Многократная привязка необходима для компенсации набега фазы, вызванного эффектом Доплера при движении подводного аппарата и нелинейностью передаточной характеристика гидроакустического канала связи. На рис. 2 демонстрируется процесс обработки входных данных с автоматической адаптацией к каналу связи при $SNR = -3$ дБ: а) излучаемый сигнал; б) прием без адаптации в) прием с применением адаптации.

Основным блоком цифровой обработки сигнала в модели исследуемого модема ГАСС служит набор стандартных квадратурных демодуляторов сигнальных частот. Решение о значении информационного символа принимается на основании анализа набора калибровочных данных по всем сигнальным частотам (оценка амплитуд и фаз) и текущих данных демодуляторов [6].

Для рассмотренного алгоритма при следующих входных данных модели: длительность одного символа - $t_S = 0,667$ мс, относительная частота - $f^* = 4$, частота дискретизации - $f_d = 48$ кГц; количество пилот-сигналов – 4; количество символов в сигнале синхронизации – 31; размер одного пакета данных – 303 символа; скорость передачи данных – 5067 бит/с.

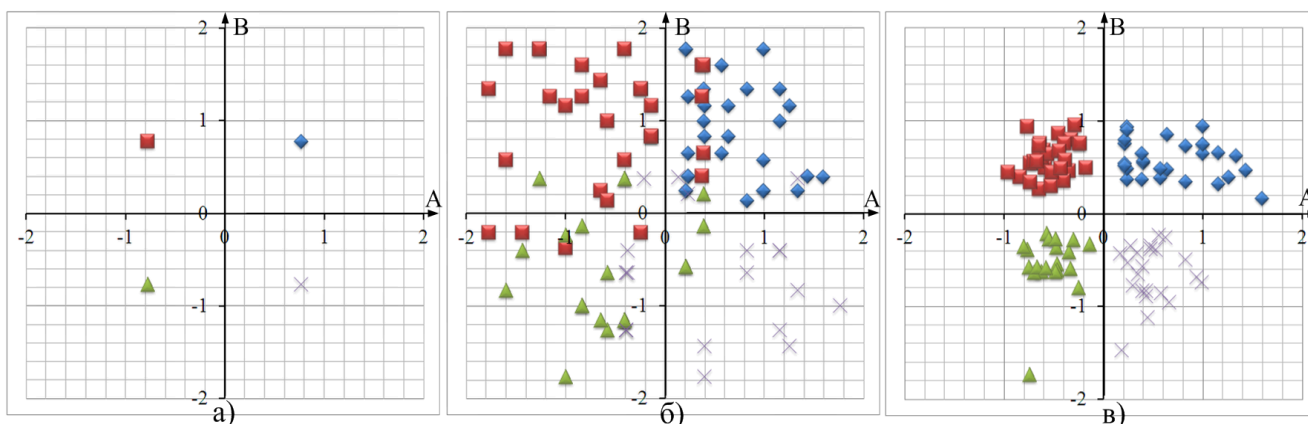


Рис. 2. Процесс обработки входных данных

Аппаратная реализация

В качестве экспериментальной базы для реализации и исследования разработанных алгоритмов работы модема ГАСС было решено использовать систему ПЛИС типа FPGA. Это позволило провести полнофункциональную реализацию алгоритмов на современной элементной базе, характеристики которой удовлетворяют требованиям надежности и энергопотребления. Использование ПЛИС позволяет проектировать реконфигурируемую систему, которая может быть быстро наделена дополнительными функциями в зависимости от условий эксплуатации и требования потребителя.

Аппаратная реализация модуля модема ГАСС производилась на базе FPGA матрицы Virtex-4 XC4VSX35 фирмы Xilinx [7]. Использование технологии FPGA позволит избежать недостатков DSP процессоров, в частности, появится возможность распараллелить несколько процессов внутри одного устройства. Разработка схематехнического дизайна модема ГАСС производилась в среде проектирования Xilinx ISE v10.1. В качестве прототипа для реализации модулей модема ГАСС использовался отладочный стенд ML402 фирмы Xilinx. Поступающий из канала связи сигнал оцифровывается кодеком LM4550 с 18-разрядным сигма-дельта АЦП и с $f_d=48$ кГц. Тактовая частота работы матрицы FPGA $f_{clk}=100$ МГц. Функциональная схема устройства для вычисления корреляционной функции представлена в работе [8]. При реализации разработанного алгоритма модем ГАСС [9] для $f_s=10, 11, 12, 13$ кГц, $f_d=48$ кГц, $f_{clk}=100$ МГц,

$t_c=0,667$ мс затраты ресурсов матрицы XC4VSX35 составили менее 20 %.

Структурная схема разработанного модема ГАСС для FPGA на базе стенда ML402 представлена на рис. 3а. Блок обработки данных с GPS используется для относительной синхронизации модема в пределах 1 сек. Контроллеры кодека, Ethernet и RS-232 требуются для осуществления интерфейсов соответственно с кодеком LM4550, микросхемой физического уровня Ethernet и преобразователем RS-232. Блок синхронизации осуществляет поиск сигнала и запуск блока демодулятора. Фотография макетного образца ГАСС представлена на рис. 3б.

Натурные испытания

Натурные испытания макетного образца проводились в сентябре 2009 г. в бухте Рында залива Петра Великого (г. Владивосток) с борта научно-исследовательского судна «Юрий Молоков».

В ходе натурных испытаний было определено, что эффективная ширина спектра приемо-передающего тракта на базе антенн ПИ1-ЛУ 3.814 составляет менее 500 Гц. На рис. 4 представлен график зависимости BER от SNR для разных длительностей символа. Для получения $BER < 10^{-2}$ при использовании антенн ПИ1-ЛУ 3.814 длительность символа должна быть больше 3,0 мс (скорость передачи 1500 бит/с), а отношение сигнал/шум свыше 0 дБ. Использование антенн с более широким спектром позволило бы добиться лучших показателей ГАСС.

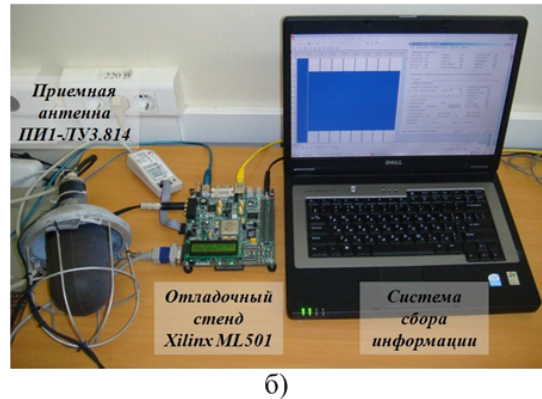
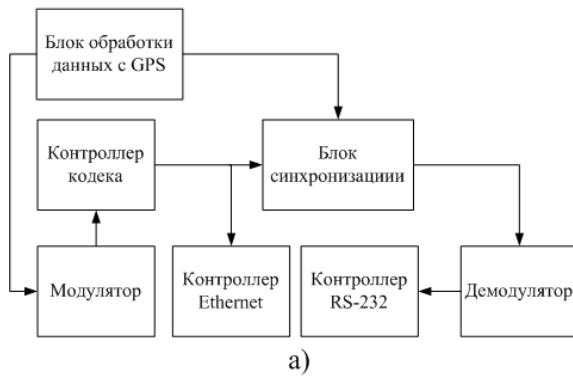


Рис. 3. Структурная схема разработанного модема ГАСС и фотография макетного образца

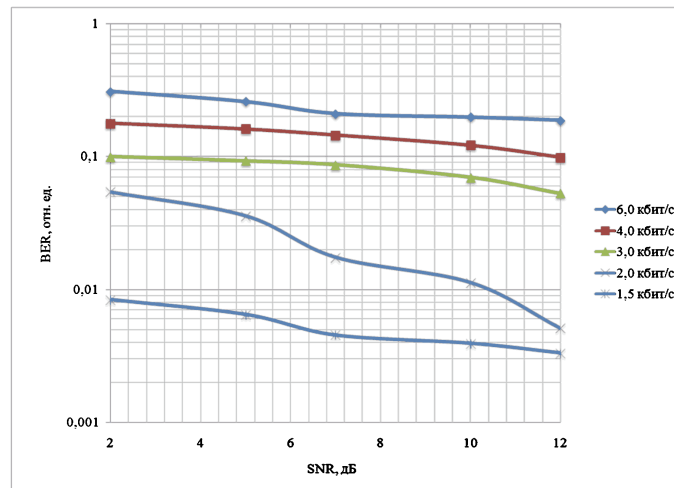


Рис. 4. Результаты натурных испытаний

Заключение

В данной работе представлена аппаратная реализация цифровых блоков ГАСС на FPGA матрице фирмы Xilinx. Приведены натурные испытания разработанных блоков на базе отладочного стенда ML501 фирмы Xilinx в реальных условиях. Полученные результаты позволяют судить о перспективности использования технологии FPGA для создания высокоскоростных систем связи. Разработанный макетный образец предполагается использовать в ГАСС автономных подводных аппаратов, разрабатываемых Институтом проблем морских технологий ДВО РАН, а также в системах телеметрии и навигации.

Литература

1. Матвиенко Ю. В. Гидроакустический комплекс навигации подводного робота // Диссертация по соисканию ученой степени д.т.н. – Владивосток, 2004.
2. Модель высокоскоростной гидроакустической системы связи «ГАСС» / Бурдинский И.Н., Карабанов И. В., Линник М.А., Миронов А. С. // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009613300. – 2009.
3. Milica Stojanovic Underwater Acoustic Communication, Department of Electrical and Computer Engineering Northeastern University Boston
4. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
5. Girod L., Estrin D. Robust Range Estimation Using Acoustic and Multimodal Sensing // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2001), Maui, Hawaii, October 2001.
6. Marc Stebber J. PSK Demodulation. - WJ Communications, Inc, 2001 [Электронный ресурс].
7. Virtex-4 Family Overview [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.xilinx.com/support/documentation/data_sheets/ds112.pdf
8. Бурдинский И.Н., Миронов А.С. Мяготин А.В. Измерительный комплекс для регистрации шумоподобных

гидроакустических сигналов / И.Н. Бурдинский, А.С. Миронов, А.В. Мяготин // Материалы IX Международной конференции Актуальные проблемы электронного приборостроения. Новосибирск: 2008.

9. Модуль цифровой обработки сигналов гидроакустической системы связи / Бурдинский И.Н., Карабанов И. В., Линник М.А., Миронов А. С. // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009613588. – 2009.

ACOUSTIC COMMUNICATION SYSTEM FOR UNDERWATER VEHICLE TELECOMMUNICATION

Burdinsky I.N., Linnik M.A, Mironov A.S.

The work deals with development and optimization algorithms of acoustic underwater modem (AUM) to improve key indicators of the system. These algorithms are associated with radiation detection and decoding the information signal. In this paper scientifically sound and experimentally investigated principles of multi-channel high-speed information transmission systems for acoustic communication channel. These systems are designed for management and operational control of the implementation of the underwater vehicle (AUV). Developed mathematical model of the AUC using a mathematical programming environment Matlab. Presented the result of mathematical modeling algorithms of AUM. Presented model of the AUM, developed by FPGA technology from Xilinx. This model allows for high-speed telecommunication interaction between the AUV. Using FPGA technology improves important indicators for autonomous systems such as power consumption and reliability. Presented the results of field tests of a developed system in a shallow sea. Practical results of work will be used in research conducted by the Institute of Marine Technology Problems FEB RAS in the framework of government order.

Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала "Цифровая обработка сигналов" просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст - текстовый редактор Microsoft Word.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается:
 - краткой аннотацией на русском и английском языках;
 - номером УДК;
 - сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, телефоны, электронная почта).

2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) - желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.

УДК: 621.745; 621.746

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЙ

*Чемерис Д.С., аспирант кафедры вычислительной техники (ВТ), Тихоокеанского государственного университета (ТОГУ), Института проблем морских технологий (ИПМТ) ДВО РАН, bingo222@mail.ru.
Научный руководитель - Бурдинский И.Н., доцент, к.т.н., доцент кафедры ВТ ТОГУ, ИПМТ ДВО РАН.*

Ключевые слова: автономный необитаемый подводный аппарат, фильтрация, пороговая бинаризация, сегментация, лог-полярное преобразование, теория дискретных моментов, корреляционный анализ, цифровой сигнальный процессор.

Введение

В настоящее время исследование океанов и морей из области чисто гуманитарных или сугубо прикладных задач становится задачей большого социального-экономического значения. Многие государства расширяют масштабы научных океанологических исследований, осуществляя долгосрочные программы по изучению и экологическому мониторингу водной среды с переходом к массовым, регулярным измерениям в толще вод и вблизи дна океанов. За последние два-три десятилетия в различных странах, занимающих ведущее место в области морских технологий, было создано значительное число автономных необитаемых подводных аппаратов (далее АНПА) для решения широкого круга научных и прикладных задач по исследованию и освоению океана [1].

Время пребывания АНПА под водой ограничено, а следовательно, необходимо разрабатывать способы его продления. Одним из решений данной проблемы является создание сети подводных заряжающих станций. Таким образом, АНПА достаточно знать координаты ближайшей станции для выполнения подзарядки. Используя гидроакустическую навигационную систему (далее ГАНС), АНПА способен прибыть по известным координатам, однако точности работы ГАНС будет недостаточно для проведения стыковки со станцией.

Целью данной работы является разработка цифрового блока системы наведения АНПА, который позволит выполнить стыковку со станцией подзарядки в реальном времени. Для достижения цели необходимо выполнить следующие задачи: разработать алгоритм распознавания мишени, выполнить сравнение методов определения параметров (угол поворота, масштабирующий коэффициент и смещение центра) распознан-

Рассматривается разработка цифрового блока системы наведения автономного необитаемого подводного аппарата, который позволит выполнить стыковку со станцией подзарядки в реальном времени. Проводится сравнение двух подходов к определению параметров мишени, в результате которого выбрано оптимальное решение. Приводится краткое описание экспериментальной установки, реализованной на базе цифрового сигнального процессора.

ной мишени, выполнить компьютерное моделирование и аппаратную реализацию.

Алгоритм обработки

При съемке под водой использование полноцветных изображений избыточно, учитывая это, в работе рассматриваются полуградационные изображения. Для перехода к полуградационному изображению необходимо выполнить преобразование изображения из цветовой модели RGB в модель YCrCb и использовать только Y компоненты.

Над изображениями необходимо выполнить ряд последовательных операций, в результате которых останутся только два объекта: фон (черный цвет) и мишень (белый цвет). Во-первых, необходимо выполнить фильтрацию исходного изображения, что позволит сократить влияние различных шумов на выполнение распознавания в целом. Во-вторых, необходимо выполнить коррекцию контрастности изображения для более четкого выделения темных и светлых частей изображения. После коррекции выполняется пороговая бинаризация изображения, результатом которой будет отделен фон изображения и предварительно выделены те части, которые могут быть искомой мишенью. Для выделения непосредственно мишени необходимо выполнить сегментацию изображения, в результате которой будет решена первая задача работы, а именно однозначно распознана мишень.

В результате исходное изображение преобразовано в битовое представление, где «0» кодирует пиксели, относящиеся к фону, а «1» - мишени. Общий алгоритм распознавания мишени представлен на рис. 1.



Рис. 1. Алгоритм распознавания мишени

Компьютерное моделирование

Для проведения компьютерного моделирования используются полученные с помощью видеокамеры, изображения. Одно из таких изображений представлено на рис. 2.



Рис. 2. Изображение с видеокамеры

Исходя из особенностей принимаемых с камеры изображений, разработаны методы бинаризации и сегментации, которые по скорости работы и качеству выполнения своей функции превосходят существующие аналоги.

В работах [2,3] представлен метод определения параметров мишени, используя лог-полярное преобразование и методы корреляционного анализа. Данный подход, несмотря на все преимущества, обладает существенным недостатком – низкое быстродействие. Однако существует другой подход к решению данной задачи. В работе [4] описан метод вычисления дискретных моментов (далее моментов) разных порядков для определения параметров изображений, представленных в бинарной форме. Момент нулевого порядка определяет геометрический центр мишени, моменты высших порядков обладают свойствами инвариантности к повороту и изменению масштаба.

В таблице 1 сведены основные характеристики двух представленных подходов. Критическими параметрами из всех перечисленных являются: быстродействие и точность определения угла. По результатам компьютерного моделирования можно сделать следующие выводы: вычислительная сложность подхода на основе моментов существенно ниже; точность определения угла поворота относительно мишени может быть увеличена без изменения скорости работы всего алгоритма при использовании подхода на основе моментов; достоверность распознавания мишени при использовании подхода на основе лог-полярного

преобразования в меньшей степени зависит от результатов выполнения фильтрации, бинаризации и сегментации исходного изображения, ввиду использования методов корреляционного анализа.

Еще одно немаловажное преимущество подхода на основе моментов заключается в том, что нет необходимости хранить в памяти битовую маску для сравнения с распознанной мишенью, а достаточно иметь ряд параметров.

Лабораторные испытания

Для проверки работоспособности алгоритма использовалась отладочная плата TMX320DM6437 EVM [5] с процессором, обладающим следующими характеристиками: тактовая частота ядра 600 МГц; память DDR2 128 Мбайт; наличие интерфейса Ethernet 100 Мбит/с. Использовалась видеокамера Panasonic NV-DS60, позволяющая получать полноцветные изображения разрешением 720x576 пикс. Изображение экспериментальной установки представлено на рис.3 (цифрами на рисунке отмечены: 1 – персональный компьютер; 2 – отладочная плата; 3 – видеокамера; 4 – фон; 5 – изображение мишени).

Для отображения результатов работы алгоритма и управления отладочной платой написана программа для ПК, которая позволяет управлять процессом работы отладочной платы посредством интерфейса Ethernet.

В результате лабораторных испытаний была подтверждена работоспособность метода на основе теории дискретных моментов. Скорость обработки изображений достигает 18 кадров/с. Точность определения угла составила 1 градус. Таким образом, можно сделать вывод о том, что применение подхода на основе дискретных моментов дает лучшие результаты по сравнению с подходом на основе лог-полярного преобразования и корреляционного анализа.

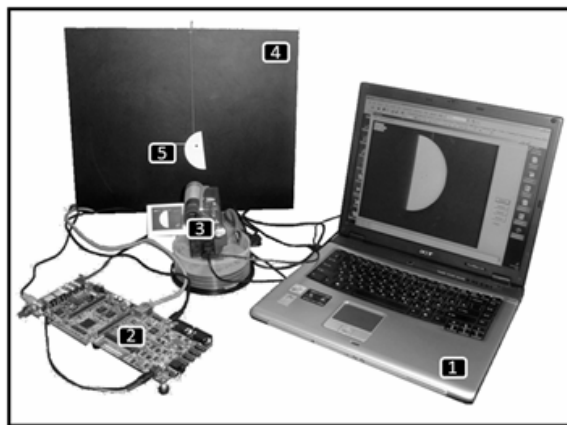


Рис.3. Экспериментальная установка

Таблица 1.

Сравнение методов

	Применение лог-полярного преобразования		Применение теории дискретных моментов	
Вычислительная сложность	$O(n^4)$	-	$O(n)$	+
Точность определения угла	При увеличении точности пропорционально увеличится вычислительная сложность.	-	При увеличении точности вычислительная сложность не изменится.	+
Потребление памяти	Необходимо хранить большой объем вспомогательной информации.	-	Необходимо хранить только несколько констант	+
Форма мишени	Для повышения достоверности распознавания необходима определенная форма мишени.			

Заключение

Ключевым моментом данной работы является сравнение двух подходов к определению параметров мишени, в результате которого выбрано оптимальное решение. Следующим этапом разработки станет проведение натурных испытаний и обработка полученных результатов. Необходимо также определиться с шумами, которые могут оказать воздействие на работу алгоритмов и разработать методы борьбы с ними.

Литература

1. Автономные подводные роботы: системы и технологии/ М.Д. Агеев, Л.В. Киселев, Ю.В.Матвиенко и др.; под общ. Ред. М.Д. Агеева; [отв. ред. Л.В. Киселев]; Ин-т проблем морских технологий. – М.: Наука, 2005. – 398 с.
2. Бурдинский И.Н., Чемерис Д.С. Алгоритм определения угла поворота объекта относительно заданной мишени// Третья Всероссийская научно-техническая конференция «Технические проблемы освоения мирового океана». 2009. С. 361-365
3. Бурдинский И.Н., Чемерис Д.С. Цифровая система обработки видеоизображений для решения задачи наведения подводного робота// X Всероссийская научно-техническая конференция «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий». 2009. С. 487-490.
4. Яне Б. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2007. – 584 с.
5. TMS320DM6437 Digital Media Processor [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.ti.com>, свободный. - Загл. с экрана., Яз. англ.

DETERMINATION OF THE RELATIVE POSITION BASED ON VIDEO PROCESSING

Burdinsky I.N., Chemeris D.S.

Currently, the study of oceans and seas from the purely humanitarian or purely applied problems becomes

the task of major socio-economic importance. Many states extend the scope of scientific oceanographic research, carry out long-term program to study and environmental monitoring of the water environment with the transition to massive, regular measurements of water column and near the bottom of the oceans.

Time spent AUV under water is limited, and, therefore, need to develop ways of extending it. One solution to this problem is to create a network of underwater charging stations. Thus, the AUV is enough to know the coordinates of the nearest station to perform charging. Using a acoustic positioning system (hereinafter APS), AUV is able to arrive at the known coordinates, but the accuracy of the APS would not be sufficient for the docking with the station.

The aim of this work is to develop a digital system unit of an AUV, which will perform the docking with charging station in real time. To achieve the goal must complete the following tasks: to develop target recognition algorithms, perform a comparison of methods of determining the parameters (angle of rotation, scaling factor and the displacement of the center) recognized a target, perform computer simulation and hardware implementation. Practical results of work to be used in research conducted by the Institute of Marine Technology Problems FEB RAS.

Considered in the methods of working with binary images and can determine the relative position (rotation and scale change) the object of a given shape. Due to noise taken from a camera image need to perform a preliminary consistent treatment, which includes operations such as equalization, filtering, binarization and segmentation.

The key point of this study is to compare the two approaches to determining the parameters of the target, with selection of the most optimal. In carrying out the work was written a computer model, and developed a pilot plant based on digital signal processor. The next stage of development will be the full-scale testing and processing of the results.



МНОГОМЕРНЫЕ МНОГОСКОРОСТНЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Чобану М., Техносфера, 2009. -480с.

В монографии рассматриваются многоскоростные системы, которые используются для обработки многомерных (ММ) цифровых сигналов. Монография является первым систематическим изложением теории и методов неразделимой обработки ММ сигналов на русском языке. Для пояснения материала применяются математические пакеты MATLAB, MAPLE, Singular. Приведены результаты реализации на процессорах общего назначения, сигнальных процессорах фирмы Texas Instruments и графических процессорах nVidia.

Подробнее: <http://www.technosfera.ru/363.html>

ПОГРЕШНОСТЬ ФАЗОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ПОДНЕСУЩЕЙ

Немыкин А.А., аспирант Московского технического университета связи и информатики, mtuci@mtuci.info, Научный руководитель - Строганова Е.П., к.т.н., доцент Московского технического университета связи и информатики

Ключевые слова: радиостанция, фазовые измерения, цифровая передача данных, точностные характеристики, гармонические сигналы.

При введении режима цифровой передачи данных в процессе модернизации существующих связных радиостанций обычно используется фазовая (ФМ) либо частотная (ЧМ) манипуляции на поднесущей, осуществляемые в каналах тональной частоты (ТЧ) радиостанций. В угломерных радионавигационных системах из соображений снижения требований к быстродействию измерительного устройства часто в качестве информативного параметра используется фаза гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала [1].

Представляет интерес определить дополнительную погрешность оценки наиболее часто используемого информативного параметра - фазы при переходе от измерений на несущей к измерениям на поднесущей. При этом с учетом имеющей место тенденции перехода к цифровым методам обработки рассмотрение проведем применительно к цифровому фазоизмерительному устройству.

При цифровых методах измерения фазы гармонического сигнала в условиях помех в качестве эквивалента мгновенной фазы обычно используется выраженный в угловой мере интервал между «нулевыми» переходами смеси и опорного колебания. Сравнение статистических характеристик такого эквивалента фазы со статистическими характеристиками фазы проводилось в работах [2] и [3], где было показано, что для достаточно узкополосного процесса эти характеристики близки.

В принципе процедура обработки, аналогичная описанная выше, может быть применена и в случае, когда полезная информация заключена не в фазе несущей, а в фазе гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала (как это имеет место, например, в угломерных радионавигационных системах). При этом для извлечения информации о фазе модулирующей функции могут быть использованы переходы огибающей смеси через средний уровень. Чтобы оценить характеристики такой процедуры при измерения фазы модулирующего колебания, рассмотрим дифференциальную вероятность указанных переходов как функцию интервала между ними и «нулями» опорного колебания и сравним полученное распределение с распределением фазы аддитивной смеси гармонического сигнала и помехи. Для смеси АМ-сигнала вида

$$s(t) = A(t) \sin \omega_0 t, \quad (1)$$

Рассмотрены точностные характеристики оценки фазы гармонического колебания, модулирующего амплитуду сигнала, в условиях помех при переходе к измерениям на поднесущей. Выявлено, что удовлетворительная точность цифровых фазовых измерений на поднесущей может быть обеспечена лишь при достаточно больших значениях отношения сигнал/помеха и глубины модуляции амплитудно-модулированного сигнала.

где $A(t) = A_c a(t)$, $a(t) = 1 + M \sin(\Omega t - \varphi_0)$, и гауссовой помехи с дисперсией σ^2 и эффективной шириной спектра $\delta\Omega$ интересующая нас дифференциальная вероятность может быть определена из следующего соотношения [4]:

$$W_n(r_0, t) = \int_0^{\infty} \dot{r} W_2(r, \dot{r}, t) \Big|_{r=r_0} d\dot{r}, \quad (2)$$

где

$$W_2(r, \dot{r}, t) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2 + A^2(t)}{2\sigma^2}\right] I_0\left[\frac{rA(t)}{\sigma^2}\right] \frac{1}{\sigma\delta\Omega\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\dot{r}^2}{2\sigma^2(\delta\Omega)^2}\right] \quad (3)$$

совместная функция распределения огибающей и ее производной в совпадающие моменты времени

$$r_0 = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} {}_1F_1\left[-\frac{1}{2}, 1, -\frac{A^2(t)}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

средний уровень огибающей смеси,

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, 1, -z\right) = e^{-\frac{z}{2}} \left[(1+z) I_0\left(\frac{z}{2}\right) + z I_1\left(\frac{z}{2}\right) \right]$$

вырожденная гипергеометрическая функция, $I_0(x)$ и $I_1(x)$ - функции Бесселя нулевого и первого порядков.

Производя в (2) интегрирование и выражая в угловой мере временные интервалы между указанными переходами огибающей смеси и «нулями» опорного колебания $\sin \Omega t$, то есть производя замену переменных $\Omega t = \varphi$, получим

$$W_n(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\delta\Omega}{\Omega} \right) v \exp\left(-\frac{1}{2} \left\{ v^2 + s^2 [1 + m \sin(\varphi - \varphi_0)]^2 \right\}\right) \cdot I_0\left\{ v s [1 + M \sin(\varphi - \varphi_0)] \right\} \quad (5)$$

$$\text{где } v = \frac{r_0}{\sigma} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} {}_1F_1\left[-\frac{1}{2}, 1, -\frac{s^2}{2} a^2(t)\right], \quad s = \frac{A_c}{\sigma} \quad (6)$$

Анализ выражения (5) показывает, что максимум и «центр тяжести» функции $W_n(\varphi)$ смещены относительно измеряемой фазы φ_0 . Физически появление смещения

обусловлено несимметричным характером флюктуации огибающей смеси сигнала и помехи, следствием которого является различие средних уровней огибающей смеси и чистого сигнала. Указанное различие уровней и приводит к асимметрии дифференциальной вероятности переходов огибающей через средний уровень. Степень асимметрии, очевидно, должна уменьшаться с увеличением отношения сигнал/шум, что и следует из анализа выражения (5).

Рассмотрим подробнее наиболее интересный для практики случай сильного сигнала ($s \gg 1$), когда эта асимметрия сравнительно невелика. Учитывая, что при $s \gg 1$

$$\Delta = \frac{\nu}{s} - 1 \ll 1,$$

в (5) можно воспользоваться асимптотическим приближением для $I_0(x)$ при больших значениях аргумента. При этом, если ограничиться рассмотрением небольших значений $\varphi - \varphi_0$ вблизи главного «пика» $W_n(\varphi)$, то есть исключить из рассмотрения «хвосты» функции и ввести нормирующий множитель

$$k_n = \frac{1}{\int_{\varphi} W_n(\varphi) d\varphi} \cong \sqrt{2\pi} \frac{\Omega}{\Delta\Omega} sM, \quad (7)$$

приближенное выражение для нормированной дифференциальной вероятности в соответствии с (5) будет иметь вид

$$W_{норм}(\varphi) = k_n W_n(\varphi) \cong \frac{sM}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(sM)^2 \left(\varphi - \varphi_0 - \frac{\Delta}{M}\right)^2}{2}\right], \quad s \gg 1. \quad (8)$$

Функция (8), так же как и функция распределения фазы аддитивной смеси гармонического сигнала и гауссовой помехи, полученная при аналогичных допущениях [3]

$$W(\varphi) \cong \frac{s}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{s^2}{2}(\varphi - \varphi_0)^2\right], \quad s \gg 1, \quad (9)$$

соответствует нормальному закону и отличается величиной дисперсии, которая в рассматриваемом случае равна

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{(sM)^2}, \quad (10)$$

и, что наиболее существенно, наличием смещения

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\Delta}{M}. \quad (11)$$

Последнее приводит к смещению оценки фазы φ_0 , производимой, например, по методу максимума правдоподобия с использованием в качестве эквивалента распределения фазы функции (8).

На рис. 1 приведена зависимость смещения (11) от отношения сигнал/помеха $q = 2/\sqrt{2}$ при нескольких значениях коэффициента модуляции M .

Как видим, удовлетворительная точность цифровых фазовых измерений на поднесущей с использованием переходов огибающей смеси сигнала и помехи через средний уровень может быть обеспечена лишь при от-

ношении сигнал/помеха $q \geq 5 - 6$ и глубине модуляции АМ-сигнала $M \geq 0,5$.

$\delta\varphi$, град.

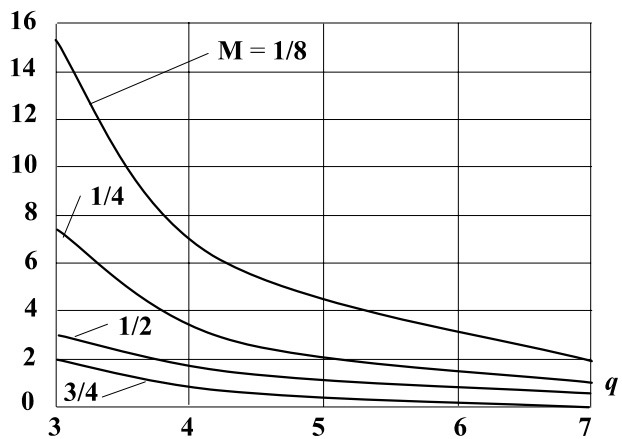


Рис. 1.

Заметим, что смещение оценки является следствием нелинейной последетекторной обработки, имеющей место при рассматриваемом методе измерения фазы и заключающейся в фиксации переходов огибающей смеси через средний уровень. Смещение оценки будет отсутствовать при использовании корреляционной последетекторной обработки, предполагающей синхронное детектирование огибающей входной смеси, поскольку в этом случае изменение среднего уровня огибающей за счет действия помехи не влияет на результаты измерения.

Литература

1. Пестряков В.Б. Радионавигационные угломерные системы. - М.: Госэнергоиздат, 1955.
2. Коровин Ю.К., Лутченко А.Е. Распределение нулей узкополосного случайного процесса //Вопросы радиоэлектроники, серия XII, вып. 13, 1963.
3. Рубцов В.Д. О статистических характеристиках «нулей» и фазы узкополосного процесса //Вопросы радиоэлектроники, серия ОГ, вып. 15, 1970.
4. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Советское радио, 1966.

PHASE ERROR IN SUBCARRIER MEASUREMENT

Nemykin A.A., Stroganova E.P.

Considers the accuracy characteristics of assessment of the most frequently used information parameter - phase in the transition to measurement on the subcarrier in the application of digital phase-measurement devices. as The phase equivalent in digital phase measure devices is usually used expressed in angular measure the interval between transitions of the envelope of a mixture of signal and noise through the average level. It's ascertained that the digital phase measurements at the subcarrier satisfactory accuracy can be achieved only with large values of signal-to-noise ratio and amplitude-modulated signal modulation rate.

ИНФОРМАЦИЯ

12-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ И ВЫСТАВКА "ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ -DSPA'2010"

Отвечая целям и задачам консолидации и поддержки отечественных ученых и специалистов, работающих в области передовых информационных технологий реального времени, расширения международных научных связей и содействия внедрению высоких наукоемких технологий XXI века, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова совместно с компанией «AUTEX.Ltd» при поддержке РФФИ и при участии Федерального агентства по промышленности РФ, Министерства образования и науки РФ, Российской секции IEEE Signal Processing

Society, Института радиотехники и электроники РАН, Института проблем управления РАН, ЗАО «МНИТИ», МГТУ им. Н.Э. Баумана, МТУСИ, МАИ, МЭИ и других ведущих российских вузов и организаций, провели 31 марта – 2 апреля 2010 г. в ИПУ РАН 12-ю Международную научно-техническую конференцию и выставку: «Цифровая обработка сигналов и её применение-DSPA'2010». В работе конференции и выставки приняли участие свыше 1000 человек из 38 городов России, стран СНГ и Балтии, а также представители ряда стран дальнего зарубежья.



Работа конференции проходила традиционно по десяти секциям: «Теория сигналов и систем» (31 доклад, руководитель – д.т.н., профессор Ю.С. Шинаков); «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (31 доклад, руководители – д.т.н., профессор А.А. Ланнэ, д.т.н., профессор Ю.А. Брюханов); «Обработка сигналов в системах телекоммуникаций» (29 докладов, руководитель, д.т.н., профессор – Ю.Н. Прохоров); «Обработка сигналов в радиотехнических системах» (19 докладов, руководители – д.т.н., профессор Ю.Г. Сосулин, к.т.н., профессор В.С. Сперанский); «Обработка и передача изображений» (44 доклада, руководители – д.т.н., профессор В.П. Дворкович, д.т.н. А.В. Дворкович); «Обработка измерительной информации» (15 докладов, руководитель – к.т.н., профессор Ю.В. Скачко); «Проектирование и техническая реализация систем ЦОС» (18 докладов, руководитель – д.т.н., профессор В.В. Витязев); «Цифровое радиовещание» (8 докладов, руководитель – к.т.н., профессор Е.П. Зелевич); «Цифровая

обработка многомерных сигналов» (12 докладов, руководитель – д.т.н., доцент М.К. Чобану); «Нейрокомпьютерная обработка сигналов и изображений» (8 докладов, руководитель – д.т.н., профессор Галушкин А.И.). На конференции было заслушано около 200 докладов, по материалам которых изданы «Труды Конференции» в 2-х томах, общим объемом 667 страниц.

В своем приветствии участников конференции Председатель Международного комитета, академик РАН Ю.В.Гуляев, в частности, отметил: «Уверен, что успешная работа конференции и выставки «DSPA'2010» станет новым весомым вкладом в эффективное решение проблем цифровых технологий реального времени и даст новый толчок к широкому практическому использованию методов и техники DSP в таких областях, как связь и системы управления, радиотехника и электроника, акустика и сейсмология, радиовещание и телевидение, измерительная техника и приборостроение».

На пленарном заседании, в день открытия конференции, были заслушаны 6 докладов, в которых нашли отражение вопросы теории и практики построения и внедрения систем искусственного интеллекта в управлении, синтеза, визуализации и кодирования изображений, высокопроизводительных реконфигурируемых систем цифровой обработки сигналов, в том числе на базе платформы SET.

Основной акцент выступающих был сделан в направлении анализа проблем синтеза, кодирования и визуализации видеоинформации в процессе разработки видеокодексов (ФГУП «ГРЧЦ», г. Москва, профессор Дворкович В.П., Гулевич А.Е.: «Визуализация параметров кодирования видеоинформации», ИПУ РАН, г. Москва, Кирпичников А.П.: «Видеопроцессор глаза: взгляд на эволюцию устройств синтеза изображений»). С интересом встречены доклады академика РАН, директора ИПУ РАН Васильева С.Н.: «Искусственный интеллект в управлении» и член-корреспондента РАН, директора НИИ МПВС Южного федерального университета Каляева И.А. (содокладчики: Левин И.И., Семерников Е.А.): «Высокопроизводительные реконфигурируемые вычислительные системы для цифровой обработки сигналов». О развитии и применении платформы SET для цифровой обработки сигналов рассказал директор ЗАО «Скан Инжиниринг Телеком» (г. Воронеж) Мистюков В.Г. С новыми техническими решениями проблем построения деко-

деров систем передачи больших объемов данных на основе многопороговых алгоритмов познакомил участников профессор В.В. Золотарев (ИКИ РАН, г. Москва, содокладчики: член-корр. РАН Зубарев Ю.Б., МНИТИ и Овечкин Г.В., РГРТУ, г. Рязань).

С большим интересом и оживлением в первый день работы конференции и выставки прошел семинар-презентация ГУП НПЦ «ЭЛВИС» - головного отечественного разработчика и производителя уникальных систем на кристалле «МУЛЬТИКОР». Во второй день работы конференции традиционно прошел семинар-презентация «Analog Devices, Inc.» - «AUTEX Ltd.» (докладчик Johannes Horvath).

Внимание участников в дни работы конференции привлекла выставка новых информационных технологий реального времени и инструментальных средств ЦОС, организованная компанией ЗАО «AUTEX.Ltd». Среди постоянных участников выставки – ведущие в этой области отечественные предприятия и фирмы: ЗАО «AUTEX.Ltd», ЗАО «Инструментальные системы», ООО «Л-Кард», НТЦ «Модуль», ООО «РАСТР ТЕХНОЛОДЖИ», ЗАО «СКАН Инжиниринг Телеком», НПП «Цифровые решения», ГУП НПЦ «ЭЛВИС» и другие.

В заключительный день работы конференции и выставки по каждой секции были подведены общие итоги, а также итоги конкурса на лучшие научные доклады среди молодых ученых и специалистов и состоялось их награждение.



По материалам прошедшей конференции редакции научно-технических журналов «Цифровая обработка сигналов» и «Электросвязь» планируют в 2010 году ряд тематических выпусков, и в первую очередь: «Цифровая обработка изображений» «Цифровая обработка сигналов в системах телекоммуникаций», «Цифровая обработка сигналов в радиотех-

нических системах». Начиная с 2010 года на страницах нашего журнала открывается новая рубрика: «Первые шаги в науке». Предполагается, что новая рубрика будет комплектоваться главным образом материалами, представленными молодыми учеными – победителями конкурса на лучший доклад, проведенного на 12-й МНТК «DSPA'2010».

УЧЕБНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ «ЦИФРОВЫЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ»
ЯРОСЛАВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМ. П.Г. ДЕМИДОВА

*Тараканов А.Н., к.т.н., доцент кафедры динамики электронных систем ЯрГУ имени П.Г. Демидова tano@uniyar.ac.ru
Топников А.И., Дубов М.А., аспиранты кафедры динамики электронных систем ЯрГУ имени П.Г. Демидова
andcat@yandex.ru*

Ярославский государственный университет – один из самых молодых и вместе с тем старейших университетов России. Дважды рожденный – в 1918 и 1970 гг., началом своей истории он считает 1803 год, когда молодой российский император Александр I по просьбе и на средства известного предпринимателя и мецената Павла Григорьевича Демидова основал в Ярославле училище высших наук, позднее преобразованное в Демидовский юридический лицей, а затем – в университет.



Сегодня Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова (www.uni Yar.ac.ru) – одно из ведущих высших учебных заведений Верхне-Волжского региона, в котором обучаются более 7000 студентов. Это классическое, многопрофильное образовательное учреждение, осуществляющее подготовку студентов по 70 специальностям и направлениям.

Становление научной школы в области цифровой обработки сигналов в ЯрГУ связано с именем Юрия Александровича Брюханова (проректора по научной работе, заведующего кафедрой динамики электронных систем, д.т.н., профессора, Заслуженного деятеля науки Российской Федерации). Им в начале 1990-х годов была создана учебно-научная лаборатория «Цифровые цепи и сигналы», руководить которой он продолжает и в настоящее время.

Особое внимание в лаборатории уделяется студенческим исследованиям в области цифровой обработки сигналов. Продуктивность работ в этом направлении подтверждается участием студентов лаборатории в ведущих научных конференциях и выставках, а также конкурсах научных работ.

В лаборатории регулярно проводятся обучающие и научные семинары для студентов и аспирантов. Работа над научными темами ведется в группах, состоящих из студентов 3-5 курсов, а также магистрантов и аспирантов разных лет обучения.

На данный момент в лаборатории обучается более 100 студентов, магистрантов и аспирантов. За последние 5 лет вместе с научными руководителями ими подготовлено более 30 публикаций в центральных рецензируемых изданиях, получено 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, защищено 14 кандидатских диссертаций.

Основной упор в научных исследованиях делается на компьютерное моделирование. Большое внимание уделяется аппаратной реализации алгоритмов ЦОС для различных приложений. Например, для апробации алгоритмов компьютерного зрения в лаборатории создана мобильная исследовательская платформа-робот, осуществляющая передвижение в пространстве под управлением специального компьютера.



Этот проект – «Программно-аппаратный комплекс изучения алгоритмов компьютерного зрения» – был награжден медалью на 9-й Всероссийской выставке научно-технического творчества молодежи НТТМ-2009.

В лаборатории разработана научно-исследовательская среда Piclab, представляющая собой мощный инструмент для анализа широкого спектра алгоритмов улучшения, восстановления и сжатия изображений и других научно-технических задач. Программа получила государственную регистрацию (www.piclab.ru). Создано несколько программно-аппаратных комплексов. Комплекс «MicroVision» предназначен для решения задач гранулометрического анализа изображений и может использоваться в медицинских учреждениях для проведения автоматизированного анализа крови. Комплекс «Цифровой тепловизор», созданный при поддержке ОАО «Ростовский оптико-механический завод» (г. Ростов), был отмечен дипломами на ряде выставок как перспективная разработка в военной области.

Сейчас в лаборатории совместно с ОАО «Ярославский радиозавод» ведется активная работа над оптимизацией алгоритмов цифрового приема и созданием на их основе цифрового радиоприемного устройства, отвечающего современным требованиям к средствам связи.

Практические учебные занятия по многим курсам («Устройства приема и обработки информации», «Цифровая фильтрация», «Системы коммутации» и др.) проходят на лабораторных модулях. Большинство лекционных занятий с обучающимися, для увеличения наглядности излагаемого материала, проводятся с использованием мультимедийного оборудования. У студентов всегда есть возможность в ходе своей научной деятельности использовать современные цифровые осциллографы, измерительные приборы, генераторы сигналов, реализовывать и проверять алгоритмы цифровой обработки на DSP-модулях.

Лаборатория активно участвует в университетской программе компании Texas Instruments (представитель программы в ЯрГУ – доцент Тараканов А.Н.). На данный момент в лаборатории имеется широкий спектр плат разработок на основе цифровых сигнальных процессоров компаний Texas Instruments и Analog Devices. Данные платы используются в качестве лабораторных установок при проведении учебных занятий, а также в научных исследованиях и при подготовке курсовых и дипломных работ студентами и магистрантами лаборатории. Кроме того, в распоряжении обучающихся имеются средства для работы с программируемыми логическими интегральными схемами (ПЛИС), широко используемыми в современной радиотехнической и телекоммуникационной аппаратуре.